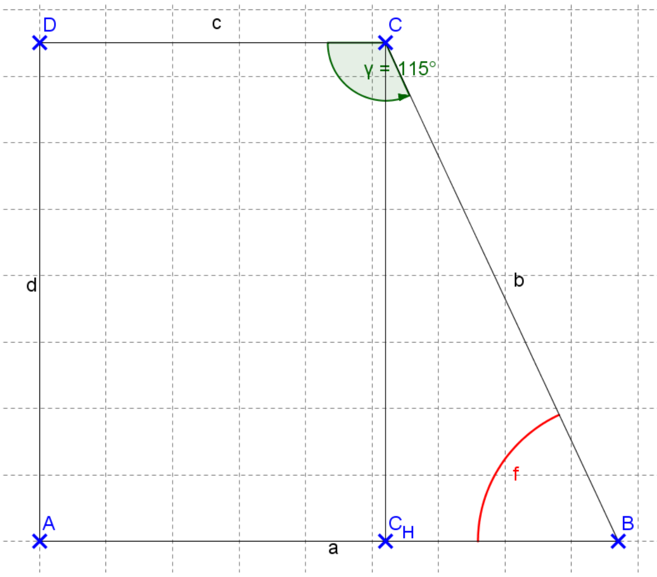
# Abschlussprüfung 2019
# an den Realschulen in Bayern

## Mathematik II Nachtermin Schreibweise Lehrplan+

## Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 24.05.2023

Aufgabe A1

A 1.1




$∢CBA = 360° - 90° - 90° - 115° = 65°$

$\overline{C_HB} = 8,7\text{ cm} - 5,2\text{ cm} = 3,5\text{ cm}$

$$\tan ∢CBA = \frac{|\overline{C_HC}|}{|\overline{C_HB}|}$$

$\Leftrightarrow\ |\overline{C_HC}| = |\overline{C_HB}| \cdot \tan ∢CBA = 3,5\text{ cm} \cdot \tan 65° = 7,5\text{ cm}$

$|\overline{AD}| = \overline{C_HC} = 7,5\text{ cm}$

$A_{Trapez} = 0,5 \cdot |\overline{AD}| \cdot (|\overline{AB}| + |\overline{CD}|)$

$\Leftrightarrow\ A_{Trapez} = 0,5 \cdot 7,5\text{ cm} \cdot (8,7\text{ cm} + 5,2\text{ cm})$

$\Leftrightarrow\ A_{Trapez} = 52,1\text{ cm}^2$

A 1.2

$52,1\text{ cm}^2 \cdot 0,05 = 2,6\text{ cm}^2$

$$A_{Sektor} = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{∢CBA}{360°}$$

$$\Leftrightarrow\ 2,6\text{ cm}^2 = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{65°}{360°}$$

$$\Leftrightarrow\ r^2 = \frac{2,6\text{ cm}^2 \cdot 360°}{\pi \cdot 65°}$$

$\Leftrightarrow\ r^2 = 4,58\text{ cm}^2$

$\Leftrightarrow\ r = 2,1\text{ cm}$

Aufgabe A2

A 2.1

Dreieck MCS:

$$|\overline{MS}|^2 = |\overline{CS}|^2 - |\overline{MC}|^2$$

$$\Leftrightarrow |\overline{MS}|^2 = (10\ cm)^2 - (8\ cm^2) = 36\ cm^2$$

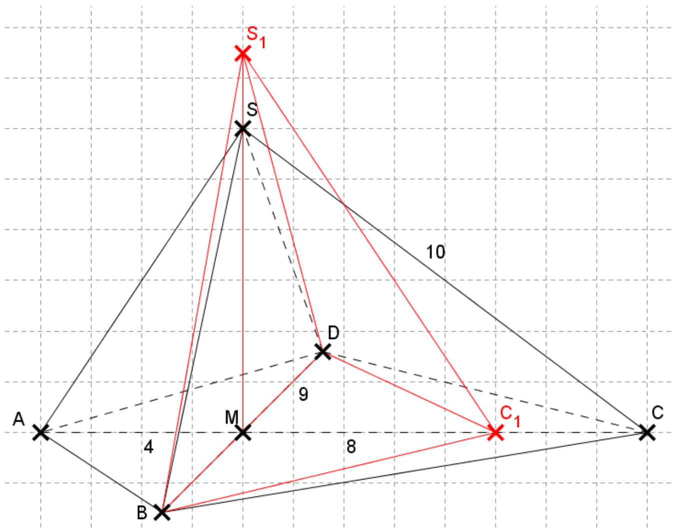
$$\Leftrightarrow |\overline{MS}| = 6\ cm$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot |\overline{AC}| \cdot |\overline{BD}| \cdot |\overline{MS}|$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot 12\ cn \cdot 9\ cm \cdot 6\ cm = 108\ cm^3$$

A 2.2 und A 2.3




$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$$

$$\Leftrightarrow V(x) = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot |\overline{BD}| \cdot |\overline{MC_n}| \cdot |\overline{MS_n}|$$

$$\Leftrightarrow V(x) = [\frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot 9 \cdot (8 - 2x) \cdot (6 + x)]\ cm^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = [1{,}5 \cdot (48 + 8x - 12x - 2x^2)]\ cm^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = [1{,}5 \cdot (48 - 4x - 2x^2)]\ cm^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = (-3x^2 - 6x + 72)\ cm^3$$

70 % kleiner bedeutet: Es sind 30 %.

Also: $108\ cm^3 \cdot 0{,}3 = 32{,}4\ cm^3$

$$-3x^2 - 6x + 72 = 32{,}4$$

$$\Leftrightarrow -3x^2 - 6x + 39{,}6 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 39{,}6}}{2 \cdot (-3)} = \frac{6 \pm \sqrt{511{,}2}}{-6}$$

$$\Rightarrow x_1 = -4{,}77 \text{ und } x_2 = 2{,}77 \qquad \mathbb{L} = \{2{,}77\}$$

A 2.4
Gehen wir mal ins Dreieck $MC_3S_3$ und bauen den Tangens … am Ende einfach nach x auflösen:

$$\tan \sphericalangle S_3C_3M = \frac{|\overline{MS_3}|}{|\overline{MC_3}|}$$

$$\Leftrightarrow \tan 72° = \frac{6 + x}{8 - 2x}$$

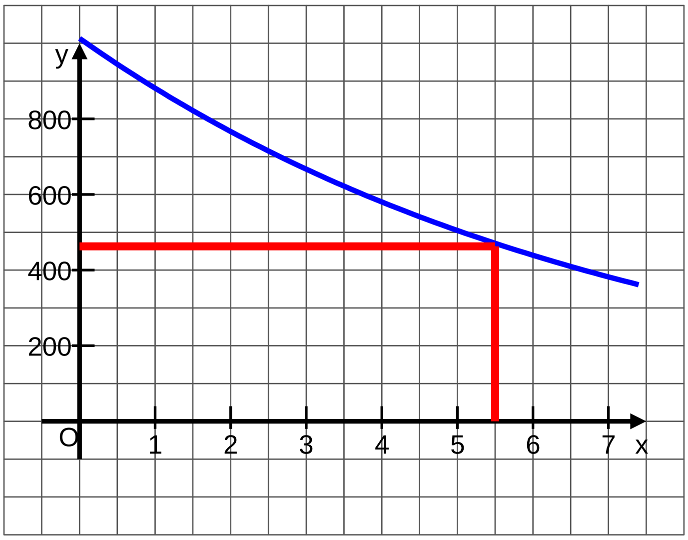
$$\Leftrightarrow \tan 72° \cdot (8 - 2x) = 6 + x$$

$$\Leftrightarrow 24{,}62 - 6{,}16x = 6 + x$$

$$\Leftrightarrow 7{,}16x = 18{,}62$$

$$\Leftrightarrow x = 2{,}60 \quad L = \{2{,}60\}$$

Aufgabe A3
A 3.1




$1 - 0{,}87 = 0{,}13 \Rightarrow 13\ \%$

A 3.2
5,5 km (5,7 km)
Berechnung zur Kontrolle:

$$460 = 1013 \cdot 0{,}87^x$$

$$\Leftrightarrow 0{,}87^x = \frac{460}{1013}$$

$$\Leftrightarrow x = \log_{0,87}\frac{460}{1013} = 5{,}67 \quad L = \{5{,}67\}$$

A 3.3
Auf 0 Meter: 1013 hPa
Auf 11 km zwei mal verdoppelt, also durch 4 teilen:
1013 hPa: 4 = 253 hPa
$y = 1013\ \text{hPa} \cdot 0{,}87^{11} = 219\ \text{hPa}$
253 hPa – 219 hPa = 34 hPa

$$\frac{34\ \text{hPA} \cdot 100\ \%}{219\ \text{hPa}} = 15{,}52\ \% = 16\ \%$$

Aufgabe B1:
B 1.1 und 1.2
S und P in die Scheitelform einsetzen:

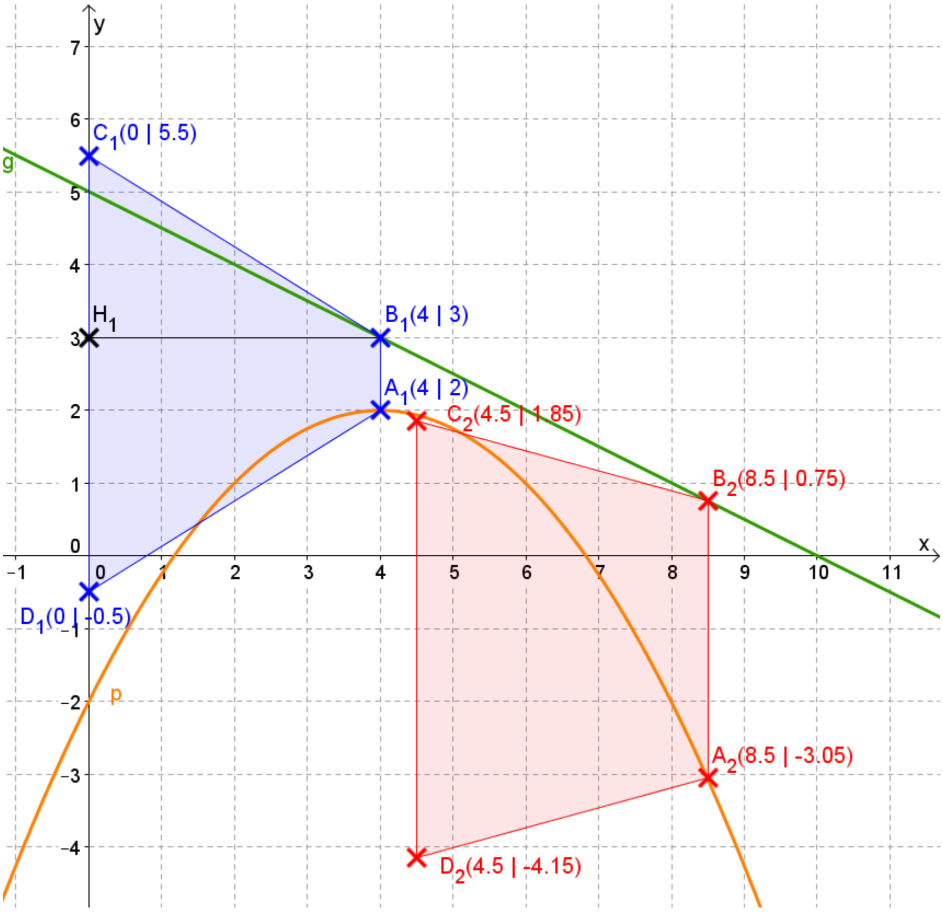
$-7 = a(-2 - 4)^2 + 2$
$\Leftrightarrow -7 = 36a + 2$
$\Leftrightarrow 36a = -9$
$\Leftrightarrow a = -0{,}25$

a und S in die Scheitelform einsetzen und ausmultiplizieren:

$y = -0{,}25(x - 4)^2 + 2$
$\Leftrightarrow y = -0{,}25(x^2 - 8x + 16) + 2$
$\Leftrightarrow y = -0{,}25x^2 + 2x - 4 + 2$
$\Leftrightarrow y = -0{,}25x^2 + 2x - 2$

Damit ist **p: $y = -0{,}25x^2 + 2x - 2$** und **g: $y = -0{,}5x + 5$**

Symmetrieachse: S(**4**|2), also **s: x = 4**




B 1.3

$h = 4$ cm; $|\overline{C_nD_n}| = 6$ cm

$|\overline{A_nB_n}| = \sqrt{(x - x)^2 + (-0{,}5x + 5 - (-0{,}25x^2 + 2x - 2))^2}$ cm²
$\Leftrightarrow |\overline{A_nB_n}| = \sqrt{(0{,}25x^2 - 2{,}5x + 7)^2}$ cm²
$\Leftrightarrow |\overline{A_nB_n}| = (0{,}25x^2 - 2{,}5x + 7)$ cm

$A(x) = 0{,}5 \cdot 4 \cdot (6 + 0{,}25x^2 - 2{,}5x + 7)$ cm²
$\Leftrightarrow A(x) = (12 + 0{,}5x^2 - 5x + 14)$ cm²
$\Leftrightarrow A(x) = (0{,}5x^2 - 5x + 26)$ cm²

B 1.4

$A(x) = 0{,}5(x^2 - 10x + 5^2 - 5^2) + 26$

$\Leftrightarrow A(x) = 0{,}5[(x - 5)^2 - 25] + 26$

$\Leftrightarrow A(x) = 0{,}5(x - 5)^2 + 13{,}5$

Also: Für $x = 5$ ist $A_{min} = 13{,}5\ cm^2$

B 1.5

$0{,}5x^2 - 5x + 26 = 25$

$\Leftrightarrow 0{,}5x^2 - 5x + 1 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 0{,}5 \cdot 1}}{2 \cdot 0{,}5} = \frac{5 \pm \sqrt{23}}{1}$$

$\Rightarrow x_1 = 0{,}20$ und $x_2 = 9{,}80$ $\quad \mathbb{L} = \{0{,}20;\ 9{,}80\}$

Wenn die Trapeze Rechtecke wären, dann müssten gelten:

$|\overline{C_nD_n}| = |\overline{A_nB_n}| = 6\ cm$

$A = 0{,}5 \cdot 4 \cdot (6 + 6)\ cm^2 = 24\ cm^2$

Rechtecke haben also $A = 24\ cm^2$, so dass unser Teil mit $25\ cm^2$ nicht rechtwinklig sein kann!

B 1.6

$|\overline{A_1B_1}| = (0{,}25 \cdot 4^2 - 2{,}5 \cdot 4 + 7)\ cm = 1\ cm$

$|\overline{C_1D_1}| = 6\ cm$ (laut Angabe)

Also muss gelten: $|\overline{H_1C_1}| = (6 - 1) : 2\ cm = 2{,}5\ cm$

Dreieck $B_1C_1H_1$:

$$\tan \sphericalangle D_1C_1B_1 = \frac{|\overline{H_1B_1}|}{|\overline{H_1C_1}|} = \frac{4\ cm}{2{,}5\ cm} = 1{,}6\ cm$$

$\Rightarrow \sphericalangle D_1C_1B_1 = 57{,}99°$

Aufgabe B2: Wenn Du diese Aufgaben lösen kannst, dann wird Dich in der AP sehr wahrscheinlich genau gar nichts erschrecken können!

B 2.1

Dreieck BCM:

$$|\overline{CM}|^2 = |\overline{BC}|^2 - |\overline{BM}|^2$$

$$\Leftrightarrow |\overline{CM}|^2 = (6\text{ cm})^2 - (3\text{ cm})^2 = 27\text{ cm}^2$$

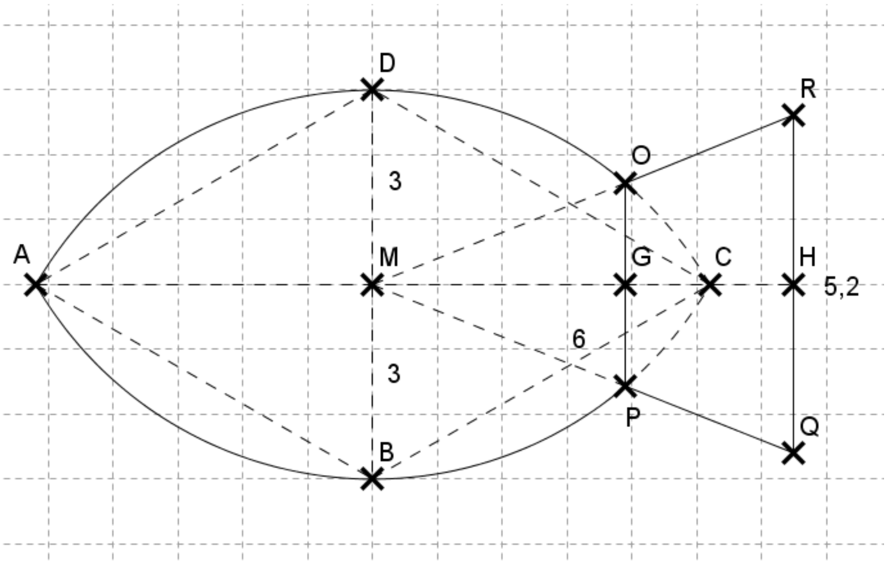
$$\Leftrightarrow |\overline{CM}| = 5{,}20\text{ cm}$$

Wir bleiben im gleichen Dreieck und berechnen den rechten Winkel bei B:

$$\cos \sphericalangle CBM = \frac{|\overline{MB}|}{|\overline{BC}|} = \frac{3\text{ cm}}{6\text{ cm}} = 0{,}50$$

$\Rightarrow \sphericalangle CBM = 60°$ und damit $\sphericalangle CBA = 60° \cdot 2 = 120°$

B 2.2




B 2.3

$|\overline{OP}| = 0{,}6 \cdot |\overline{RQ}| = 0{,}6 \cdot 5{,}2\text{ cm} = 3{,}12\text{ cm}$

Vierstreckensatz im Bereich MQR, Zentrum M:

$$\frac{|\overline{MG}|}{|\overline{MH}|} = \frac{|\overline{OP}|}{|\overline{RQ}|} \Leftrightarrow |\overline{MG}| = \frac{|\overline{OP}| \cdot |\overline{MH}|}{|\overline{RQ}|}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{MG}| = \frac{3{,}12 \cdot 6{,}5}{5{,}2}\text{ cm} = 3{,}90\text{ cm}$$

Dreieck MHR:

$$|\overline{MR}|^2 = |\overline{MH}|^2 + |\overline{RH}|^2$$

$$\Leftrightarrow |\overline{MR}|^2 = (6{,}5\text{ cm})^2 + (2{,}6\text{ cm})^2 = 49{,}01\text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow |\overline{MR}| = 7{,}00\text{ cm}$$

Also: $|\overline{MO}| = 0{,}6 \cdot |\overline{MR}| = 0{,}6 \cdot 7\text{ cm} = 4{,}20\text{ cm}$ und damit

finally $|\overline{OR}| = 7\text{ cm} - 4{,}20\text{ cm} = 2{,}80\text{ cm}$

B 2.4

$A_{MPO} = 0{,}5 \cdot |\overline{OP}| \cdot |\overline{MG}| = 0{,}5 \cdot 3{,}12\ cm \cdot 3{,}90\ cm = 6{,}08\ cm^2$

Nun der Bereich links: Wir berechnen den Sektor ABD und ziehen davon das Dreieck ABD ab. Es bleibt der kleine Bereich unter dem Bogen, den wir dann mal 2 nehmen und zu dem Dreieck addieren!

$A_{Sektor} = (6\ cm)^2 \cdot \pi \cdot \frac{60°}{360°} = 18{,}85\ cm^2$

$A_{ABD} = 0{,}5 \cdot 5{,}20\ cm \cdot 6\ cm = 15{,}60\ cm^2$

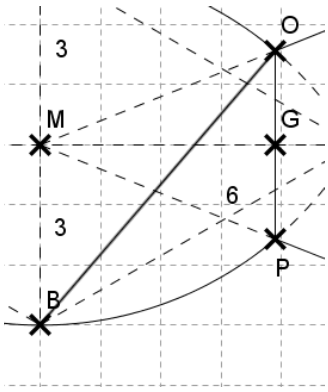
$18{,}85\ cm^2 - 15{,}60\ cm^2 = 3{,}25\ cm^2$

$A = 15{,}60\ cm^2 + 2 \cdot 3{,}25\ cm^2 + 6{,}08\ cm^2 = 28{,}18\ cm^2$

B 2.5

Der Bereich rechts ist klar. Die Bögen links sind noch das Problem, da der Winkel $\sphericalangle OBA$ noch unbekannt ist.

Dreieck BOM:




Hier kennen wir alle Streckenlängen (1 mal der Radius, $|\overline{MO}|$ und die halbe Diagonale), so dass der Cosinus-Satz uns den Winkel rechts liefert, zu dem wir dann 60° addieren müssen:

$$|\overline{MO}|^2 = |\overline{MB}|^2 + |\overline{BO}|^2 - 2 \cdot |\overline{MB}| \cdot |\overline{BO}| \cdot \cos \sphericalangle OBM$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle OBM = \frac{|\overline{MO}|^2 - |\overline{MB}|^2 - |\overline{BO}|^2}{-2 \cdot |\overline{MB}| \cdot |\overline{BO}|}$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle OBM = \frac{4{,}20^2 - 3^2 - 6^2}{-2 \cdot 3 \cdot 6} = 0{,}76$$

Also: $\sphericalangle OBM = 40{,}54°$ und damit $\sphericalangle OBA = 60° + 40{,}54° = 100{,}54°$

$$u = 2 \cdot |\overline{OR}| + |\overline{RQ}| + 2 \cdot 2 \cdot |\overline{BO}| \cdot \pi \cdot \frac{100{,}54°}{360°}$$

$$\Leftrightarrow u = \left(2 \cdot 2{,}80 + 5{,}20 + 2 \cdot 2 \cdot 6 \cdot \pi \cdot \frac{100{,}54°}{360°}\right)\ cm = 31{,}86\ cm$$

B 2.6

31,86 cm · 3 = 95,58 cm = 0,9558 m

500 m : 0,9558 m = 523,12  Also: Maximal 523 Logo-Patches.

Unter der Voraussetzung, dass sie diese Aufgaben alle lösen können haha