Abschlussprüfung 2017
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II Nachtermin
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 11.05.2019

Aufgabe A1

A 1.1

1,00 – 0,915 = 0,085   Also um 8,5 %.

A 1.2

x	0	2,5	5	10	15	20	25	30
y	100	80	64	41	26	17	11	7

A 1.3

Nach 8 Metern.

Zweig I:

$50 = 100 \cdot 0{,}915^x$

$\Leftrightarrow\ 0{,}5 = 0{,}915^x$

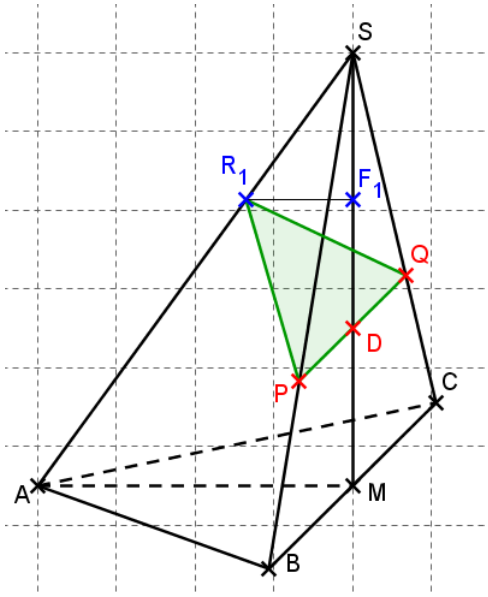
$\Leftrightarrow\ x = \log_{0,915} 0{,}5 = 7{,}80 \quad \mathbb{L} = \{7{,}80\}$

A 1.4

$100 \cdot 0{,}915^{18} = 20{,}21$ 20,21 % ist deutlich weniger als 22 %, daher sind die Bedingungen unterschiedlich.

Aufgabe A2

A 2.1



Dreieck AMS:

$$\overline{AS}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{MS}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AS}^2 = (8\text{ cm})^2 + (11\text{ cm})^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AS}^2 = 185\text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AS} = 13{,}60\text{ cm}$$

$$\tan\varphi = \frac{\overline{AM}}{\overline{MS}} = \frac{8\text{ cm}}{11\text{ cm}} \Rightarrow \varphi = 36{,}03°$$

A 2.2

Vierstreckensatz im Bereich BCS:

$$\frac{\overline{PQ}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{SD}}{\overline{SM}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{PQ} = \frac{\overline{SD}\cdot\overline{BC}}{\overline{SM}} = \frac{7\text{ cm}\cdot 12\text{ cm}}{11\text{ cm}} = 7{,}64\text{ cm}$$

A 2.3

Kosinus-Satz im Dreieck DSR_1:

$$\overline{DR_1}^2 = \overline{DS}^2 + \overline{R_1S}^2 - 2\cdot\overline{DS}\cdot\overline{R_1S}\cdot\cos\varphi$$

$$\Leftrightarrow \overline{DR_1}^2 = (7\text{ cm})^2 + (4{,}60\text{ cm})^2 - 2\cdot(7\text{ cm})\cdot(4{,}60\text{ cm})\cdot\cos 36{,}03°$$

$$\Leftrightarrow \overline{DR_1}^2 = 18{,}08\text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{DR_1} = 4{,}25\text{ cm}$$

Sinus-Satz im Dreieck DSR_1:

$$\frac{\sin \sphericalangle SDR_1}{\overline{R_1S}} = \frac{\sin \sphericalangle ASD}{\overline{DR_1}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle SDR_1 = \frac{\sin \sphericalangle ASD \cdot \overline{R_1S}}{\overline{DR_1}} = \frac{\sin 36{,}03° \cdot 4{,}60 \text{ cm}}{4{,}25 \text{ cm}} = 0{,}64$$

$$\Rightarrow \sphericalangle SDR_1 = 39{,}54°$$

A 2.4

Vierstreckensatz im Bereich AMS:

$$\frac{\overline{R_nF_n}(x)}{\overline{AM}} = \frac{\overline{SR_n}}{\overline{SA}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{R_nF_n}(x) = \frac{\overline{SR_n} \cdot \overline{AM}}{\overline{SA}} = \frac{(13{,}60 \text{ cm} - x) \cdot 8 \text{ cm}}{13{,}60 \text{ cm}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{R_nF_n}(x) = \frac{108{,}80 - 8x}{13{,}60} \text{ cm} = (8 - 0{,}59x) \text{ cm}$$

Aufgabe A3
Die gesamte Aufgabe scheint laut Angaben mit einer Stelle nach dem Komma gerundet zu rechnen, die Musterlösung verwendet allerdings zwei Stellen nach dem Komma...

A 3.1

$$\overline{CD} = \overline{CE} + \overline{ED}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD} = \overline{CE} + 2\,\overline{CE}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD} = 3\,\overline{CE} = 3 \cdot 2{,}3 \cdot \sqrt{3}\text{ cm} = 6{,}9 \cdot \sqrt{3}\text{ cm}$$

Dreieck ADC: MZG

$$\overline{AD}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AC}^2$$

$$\Leftrightarrow (0{,}5a)^2 + (6{,}9 \cdot \sqrt{3})^2 = a^2$$

$$\Leftrightarrow 0{,}25a^2 + 142{,}83 = a^2$$

$$\Leftrightarrow 0{,}75a^2 = 142{,}83$$

$$\Leftrightarrow a^2 = 190{,}44$$

$$\Leftrightarrow a = 13{,}80 \quad \text{und damit gilt } a = 13{,}8\text{ cm}$$

A 3.2

$$A_{ABC} = 0{,}5 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{CD}$$

$$\Leftrightarrow A_{ABC} = 0{,}5 \cdot 13{,}8\text{ cm} \cdot 6{,}9 \cdot \sqrt{3}\text{ cm} = 82{,}5\text{ cm}^2 \quad (82{,}46\text{ cm}^2)$$

Dreieck ADC:

$$\tan \sphericalangle ACD = \frac{\overline{AD}}{\overline{DC}} = \frac{0{,}5 \cdot 13{,}8\text{ cm}}{6{,}9 \cdot \sqrt{3}\text{ cm}} \Rightarrow \sphericalangle ACD = 30{,}0°$$

$$A_{weiß} = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{\sphericalangle ACB}{360°}$$

$$\Leftrightarrow A_{weiß} = \overline{CD}^2 \cdot \pi \cdot \frac{2 \cdot 30°}{360°}$$

$$\Leftrightarrow A_{weiß} = (6{,}9 \cdot \sqrt{3}\text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot \frac{60°}{360°} = 74{,}8\text{ cm}^2 \quad (74{,}79\text{ cm}^2)$$

$$A = 82{,}5\text{ cm}^2 - 74{,}8\text{ cm}^2 = 7{,}7\text{ cm}^2 \quad (7{,}68\text{ cm}^2)$$

$$\frac{7{,}7\text{ cm}^2 \cdot 100\ \%}{82{,}5\text{ cm}^2} = 9{,}3\ \% \quad (9{,}31\ \%)$$

Aufgabe B1

B 1.1 und 1.2 P(-9|44) Q(6|14)

I $44 = 0{,}4 \cdot (-9)^2 + b \cdot (-9) + c$

$44 = 32{,}4 - 9b + c$

$c = 9b + 11{,}6$

II $14 = 0{,}4 \cdot 6^2 + b \cdot 6 + c$

$14 = 14{,}4 + 6b + c$

$c = -6b - 0{,}4$

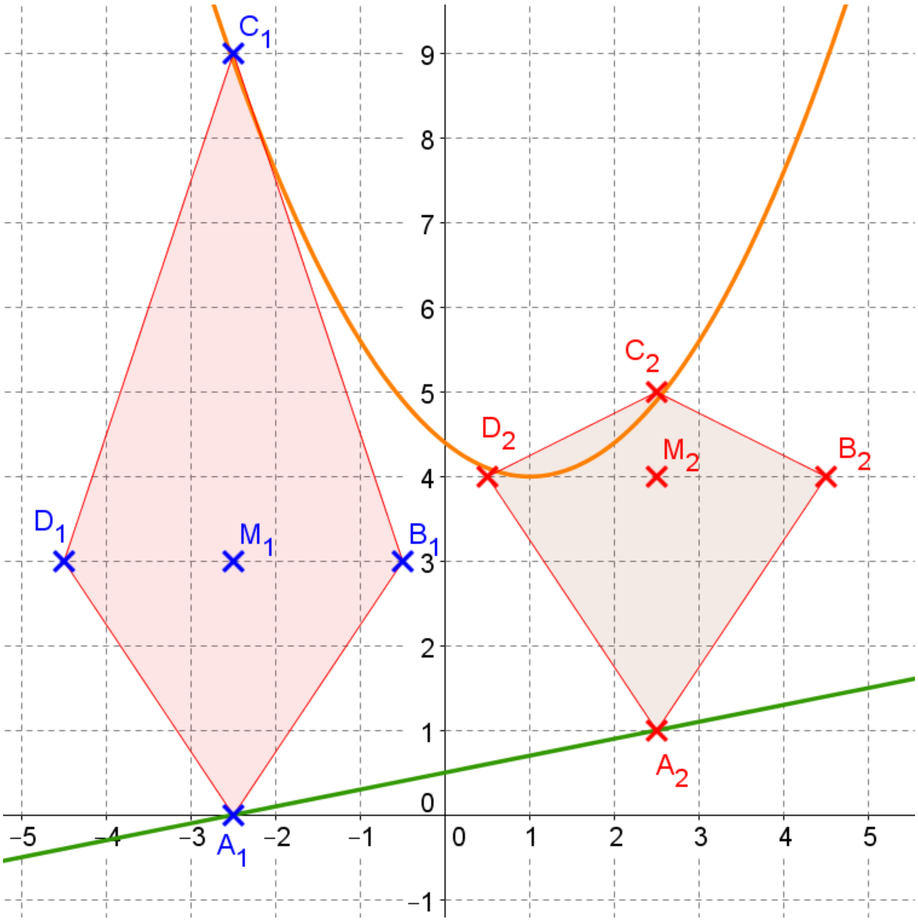
I = II $9b + 11{,}6 = -6b - 0{,}4$

$15b = -12$

$b = -0{,}8$

b in I $c = 9 \cdot (-0{,}8) + 11{,}6 = 4{,}4$ (Danke Lea :-))

Damit ist **p: $y = 0{,}4x^2 - 0{,}8x + 4{,}4$** (und **g: $y = 0{,}2x + 0{,}5$**)



B 1.3

Aus $\overrightarrow{A_nB_n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ folgt: $\overline{A_nM_n} = 3$ LE und $\overline{B_nM_n} = 2$ LE

$\tan \sphericalangle B_nA_nM_n = \dfrac{\overline{B_nM_n}}{\overline{A_nM_n}} = \dfrac{2 \text{ LE}}{3 \text{ LE}}$

$\Rightarrow \sphericalangle B_nA_nM_n = 33{,}69° \Rightarrow \sphericalangle B_nA_nM_n = 2 \cdot 33{,}69° = 67{,}38°$

B 1.4

$\overline{A_nC_n}(x) =$

$\sqrt{(x - x)^2 + (0{,}4x^2 - 0{,}8x + 4{,}4 - (0{,}2x + 0{,}5))^2}$ LE

$\Leftrightarrow \overline{A_nC_n}(x) = \sqrt{(0{,}4x^2 - 0{,}8x + 4{,}4 - 0{,}2x - 0{,}5)^2}$ LE

$\Leftrightarrow \overline{A_nC_n}(x) = (0{,}4x^2 - x + 3{,}9)$ LE

$\overline{B_nD_n} = 2 \cdot \overline{B_nM_n} = 2 \cdot 2$ LE $= 4$ LE

Damit ist $A(x) = 0{,}5 \cdot \overline{A_nC_n}(x) \cdot \overline{B_nD_n}$

$\Leftrightarrow A(x) = 0{,}5 \cdot (0{,}4x^2 - x + 3{,}9) \cdot 4$ FE

$\Leftrightarrow A(x) = (0{,}8x^2 - 2x + 7{,}8)$ FE

$A_{min} = 0{,}8(x^2 - 2{,}5x) + 7{,}8$

$\Leftrightarrow A_{min} = 0{,}8(x^2 - 2{,}5x + 1{,}25^2 - 1{,}25^2) + 7{,}8$

$\Leftrightarrow A_{min} = 0{,}8(x^2 - 1{,}25)^2 - 1{,}25 + 7{,}8$

$\Leftrightarrow A_{min} = 0{,}8(x^2 - 1{,}25)^2 + 6{,}55$

Damit ist $A_{min} = 6{,}55$ FE für $x = 1{,}25$

B 1.5

In einer Raute halbieren sich die Diagonalen gegenseitig.

Da $\overline{A_nM_n} = 3$ LE muss daher gelten: $\overline{A_nC_n} = 6$ LE

$6 = 0{,}4x^2 - x + 3{,}9$

$\Leftrightarrow 0{,}4x^2 - x - 2{,}1 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 0{,}4 \cdot (-2{,}1)}}{2 \cdot 0{,}4} = \frac{1 \pm \sqrt{4{,}36}}{0{,}8}$$

$\Rightarrow x_1 = -1{,}36$ und $x_2 = 3{,}86$ $\mathbb{L} = \{-1{,}36;\ 3{,}86\}$

Damit ist $A_3(-1{,}36 \mid 0{,}23)$ und $A_4(3{,}86 \mid 1{,}27)$

B 1.6

Würden die Punkte auf einer Geraden liegen, so hätten die Punkte alle den gleichen y-Wert. Dieser Wert lässt sich mit $(0{,}2x + 0{,}5 + 3)$ LE $= (0{,}2x + 3{,}5)$ LE darstellen.

Nun können wir gleichsetzen:

$0{,}4x^2 - 0{,}8x + 4{,}4 = 0{,}2x + 3{,}5$

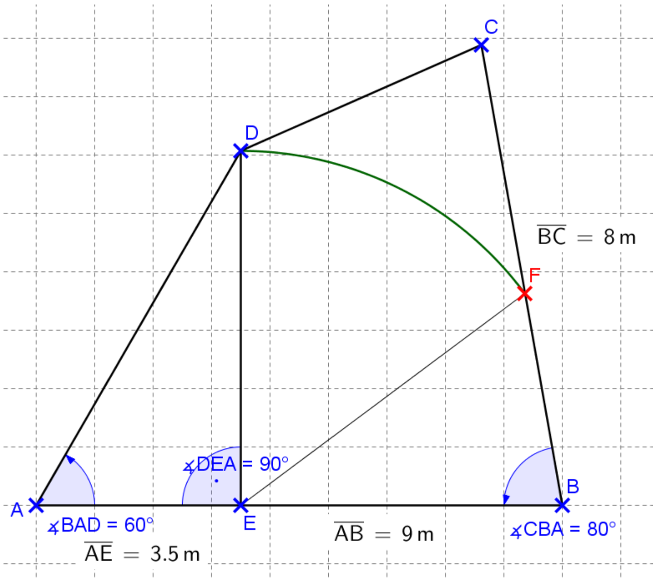
$\Leftrightarrow 0{,}4x^2 - x + 0{,}9 = 0$

$D = (-1)^2 - 4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}9 = -0{,}44$ $\mathbb{L} = \varnothing$

Somit gibt es keine Lösung und damit können die Punkte nicht auf einer Geraden liegen.

Aufgabe B2

B 2.1



B 2.2

Dreieck AED:

$$\tan \sphericalangle BAD = \frac{\overline{ED}}{\overline{AE}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{ED} = \tan \sphericalangle BAD \cdot \overline{AE} = \tan 60° \cdot 3{,}5\ m = 6{,}1\ m$$

$$\overline{AD}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{ED}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{AD}^2 = (3{,}5\ m)^2 + (6{,}1\ m)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{AD}^2 = 49{,}46\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{AD} = 7{,}0\ m$$

B 2.3

Kosinus-Satz im Dreieck EBC:

$$\overline{EC}^2 = \overline{EB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{EB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos \sphericalangle CBA$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{EC}^2 = (5{,}5\ m)^2 + (8\ m)^2 - 2 \cdot (5{,}5\ m) \cdot (8\ m) \cdot \cos 80°$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{EC}^2 = 78{,}97\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{EC} = 8{,}9\ m$$

Sinus-Satz im Dreieck EBC:

$$\frac{\sin \sphericalangle BEC}{\overline{BC}} = \frac{\sin \sphericalangle CBA}{\overline{EC}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \sin \sphericalangle BEC = \frac{\sin \sphericalangle CBA \cdot \overline{BC}}{\overline{EC}} = \frac{\sin 80° \cdot 8\ m}{8{,}9\ m} = 0{,}89$$

$$\Rightarrow \quad \sphericalangle BEC = 62{,}3°$$

$\sphericalangle CED = 90° - \sphericalangle BEC = 90° - 62{,}3° = 27{,}7°$

$A_{EBC} = 0{,}5 \cdot \overline{EB} \cdot \overline{BC} \cdot \sin \sphericalangle CBA$

$A_{ECD} = 0{,}5 \cdot \overline{EC} \cdot \overline{ED} \cdot \sin \sphericalangle CED$

$\Rightarrow A_{EBCD} = (0{,}5 \cdot 5{,}5 \cdot 8 \cdot \sin 80° + 0{,}5 \cdot 8{,}9 \cdot 6{,}1 \cdot \sin 27{,}7°)\ m^2$

$\Leftrightarrow A_{EBCD} = 34{,}3\ m^2$

B 2.4 und B 2.5

Es gilt durch den Radius: $\overline{ED} = \overline{EF} = 6{,}1\ m$

Sinus-Satz im Dreieck EBC:

$$\frac{\sin \sphericalangle EFB}{\overline{EB}} = \frac{\sin \sphericalangle CBA}{\overline{EF}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle EFB = \frac{\sin \sphericalangle CBA \cdot \overline{EB}}{\overline{EF}} = \frac{\sin 80° \cdot 5{,}5\ m}{6{,}1\ m} = 0{,}89$$

$\Rightarrow \sphericalangle EFB = 62{,}6°$

$\sphericalangle BEF = 180° - \sphericalangle CBA - \sphericalangle EFB = 180° - 80° - 62{,}6° = 37{,}4°$

$\sphericalangle FED = 90° - \sphericalangle BEF = 90° - 37{,}4° = 52{,}6°$

$$b = \pi \cdot 2 \cdot \overline{ED} \cdot \frac{\sphericalangle FED}{360°} = \pi \cdot 2 \cdot 6{,}1\ m \cdot \frac{52{,}6°}{360°} = 5{,}6\ m$$

Kosinus-Satz im Dreieck ECD:

$$\overline{DC}^2 = \overline{EC}^2 + \overline{ED}^2 - 2 \cdot \overline{EC} \cdot \overline{ED} \cdot \cos \sphericalangle CED$$

$$\Leftrightarrow \overline{DC}^2 = (8{,}9\ m)^2 + (6{,}1\ m)^2 - 2 \cdot (8{,}9\ m) \cdot (6{,}1\ m) \cdot \cos 27{,}7°$$

$$\Leftrightarrow \overline{DC}^2 = 20{,}28\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{DC} = 4{,}5\ m$$

Damit ist der Schneckenzaun 5,6 m + 4,5 m = 10,1 m lang.

B 2.6

$A_{EBF} = 0{,}5 \cdot \overline{EB} \cdot \overline{EF} \cdot \sin \sphericalangle BEF$

$\Leftrightarrow A_{EBF} = 0{,}5 \cdot 5{,}5\ m \cdot 6{,}1\ m \cdot \sin 37{,}4° = 10{,}2\ m^2$

$A_{EFCD} = A_{EBCD} - A_{EBF} = 34{,}3\ m^2 - 10{,}2\ m^2 = 24{,}1\ m^2$

$A_{Beet} = A_{EFCD} - A_{EFD}$

$$\Leftrightarrow A_{Beet} = A_{EFCD} - \pi \cdot \overline{EF}^2 \cdot \frac{\sphericalangle FED}{360°}$$

$$\Leftrightarrow A_{Beet} = 24{,}1\ m^2 - \pi \cdot (6{,}1\ m)^2 \cdot \frac{52{,}6°}{360°} = 7{,}0\ m^2$$