Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2008** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe P 1**

Name:________________________ Vorname:________________________

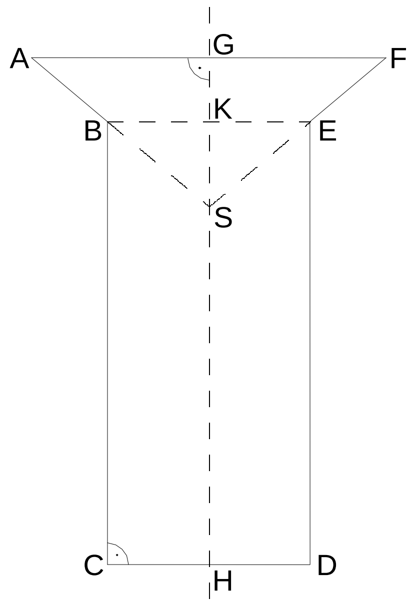
Klasse:____________ Platzziffer:____________ Punkte:____________

P 1 Auf Schraubenpackungen findet man die Angaben über den Schraubendurchmesser und die Schraubenlänge in Millimeter (z. B. 4×10).

Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt eines Schraubenrohlings. GH ist die Symmetrieachse.

Es gilt: $\overline{AF} = 7,0 \text{ mm}$; $\overline{CD} = 4,0 \text{ mm}$;

$\overline{GH} = 10,0 \text{ mm}$; $\sphericalangle BAF = 40°$.



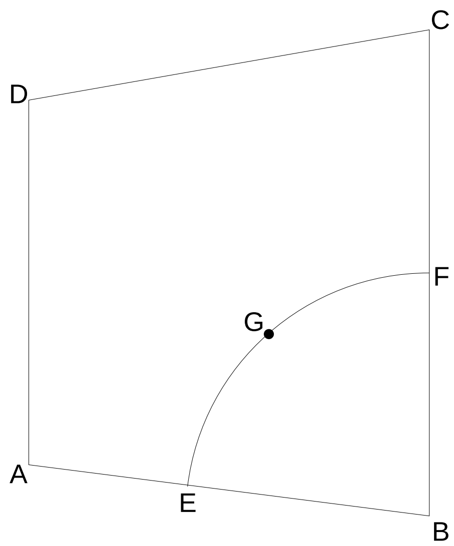
Berechnen Sie das Volumen V des Schraubenrohlings. Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma.

[Teilergebnis: $\overline{KS} = 1,7 \text{ mm}$]

5 P

P 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Plan eines trapezförmigen Gartengrundstücks mit einer kreissektorförmigen Terrasse.
Es gelten folgende Maße:
$\overline{BC} = 12{,}00\text{ m}$; $\overline{CD} = 10{,}00\text{ m}$;
$\overline{DA} = 9{,}00\text{ m}$; $\overline{BF} = \overline{BE} = 6{,}00\text{ m}$;
$\sphericalangle ADC = 100°$; $\sphericalangle DCB = 80°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



P 2.1 Zeichnen Sie das Trapez ABCD mit dem Kreisbogen $\overset{\frown}{FE}$ im Maßstab $1:100$. 2 P

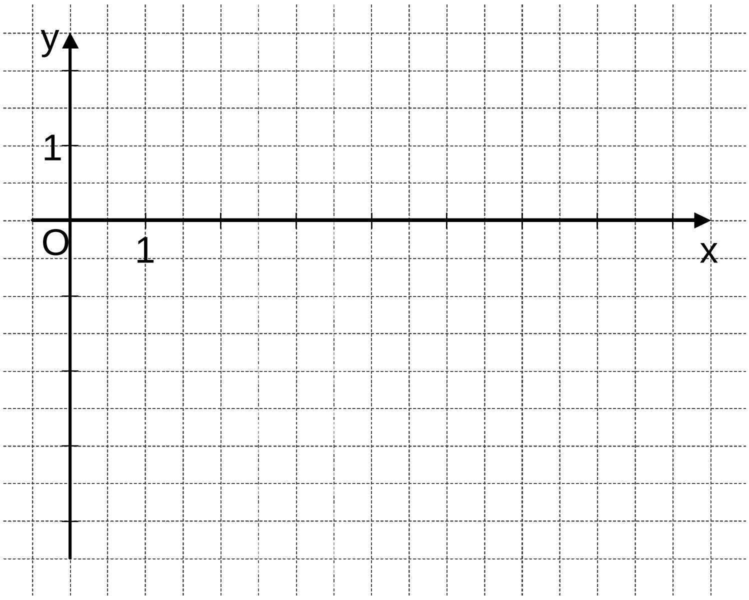
P 2.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Terrasse.
[Teilergebnis: $\sphericalangle\, CBA = 82,69°$] 5 P

P 2.3 Im Plan zeigt der Punkt G die Lage einer Steckdose, zu der vom Punkt E aus eine geradlinig verlegte Stromleitung führt. Es gilt: $\overline{EG} = \overline{FG}$.
Berechnen Sie die Länge der Strecke [EG]. 2 P

P 3.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = -\frac{4}{x}$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^-$.

P 3.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem. 2 P

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$-\frac{4}{x}$								



P 3.2 Punkte $P_n\left(x \left| -\frac{4}{x}\right.\right)$ liegen auf dem Graphen zu f und sind zusammen mit den Punkten $O(0|0)$ und $Q(3|2)$ die Eckpunkte von Dreiecken OP_nQ.
Zeichnen Sie für $x = 4$ das Dreieck OP_1Q in das Koordinatensystem zu 3.1 ein und berechnen Sie den Flächeninhalt A der Dreiecke OP_nQ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte P_n. 3 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2008** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II | **Haupttermin** | **Aufgabe A 1**

A 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $A(-2|3)$ und $C(6|3)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = 0,5x^2 + bx + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $b, c \in \mathbb{R}$. Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0,25x + 5,5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

A 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c, dass die Parabel p die Gleichung $y = 0,5x^2 - 2x - 3$ hat und zeichnen Sie die Parabel p sowie die Gerade g für $x \in [-3;7]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 8$; $-6 \leqq y \leqq 8$. 4 P

A 1.2 Punkte $B_n(x\,|\,0,5x^2 - 2x - 3)$ auf der Parabel p und Punkte $D_n(x\,|\,-0,25x + 5,5)$ auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x und sind für $x \in]-2;6[$ zusammen mit den Punkten A und C die Eckpunkte von Vierecken AB_nCD_n.
Zeichnen Sie das Viereck AB_1CD_1 für $x = -1$ und das Viereck AB_2CD_2 für $x = 3$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

A 1.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Vierecke AB_nCD_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n.
[Ergebnis: $A(x) = (-2x^2 + 7x + 34)$ FE] 4 P

A 1.4 Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Belegungen von x die zugehörigen Vierecke einen Flächeninhalt von 38,5 FE haben. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P

A 1.5 Die Vierecke AB_3CD_3 und AB_4CD_4 sind Drachenvierecke mit der Geraden AC als Symmetrieachse.
Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte B_3 und B_4 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 4 P

A 1.6 Das Viereck AB_5CD_5 ist ebenfalls ein Drachenviereck.
Zeichnen Sie das Drachenviereck AB_5CD_5 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 1 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

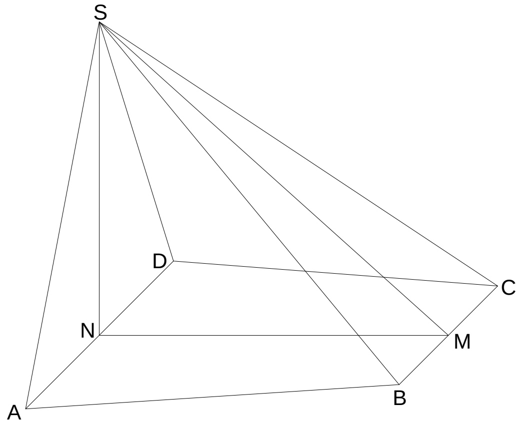
Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche das gleichschenklige Trapez ABCD mit AD || BC ist.
Der Mittelpunkt der Kante [BC] ist der Punkt M, der Mittelpunkt der Kante [AD] ist der Punkt N.
Die Spitze S der Pyramide ABCDS liegt senkrecht über dem Punkt N.
Es gilt: $\overline{AD} = 12\text{ cm}$; $\overline{BC} = 8\text{ cm}$;
$\overline{NM} = 10\text{ cm}$; $\overline{NS} = 9\text{ cm}$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [NM] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann das Maß ε des Winkels SMN.
[Ergebnis: $\varepsilon = 41{,}99°$] 3 P

A 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke [MS] mit $\overline{MP_n} = x\text{ cm}$ $(x \in \mathbb{R}^+)$ und sind die Spitzen von Pyramiden $ABCDP_n$. Punkte F_n sind die Fußpunkte der Pyramidenhöhen $[P_nF_n]$.
Zeichnen Sie für $x = 5$ die Pyramide $ABCDP_1$ und ihre Höhe $[P_1F_1]$ in das Schrägbild zu 2.1 ein und ermitteln Sie sodann rechnerisch, für welche Werte von x Pyramiden $ABCDP_n$ existieren. 2 P

A 2.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt der Seitenflächen AP_nD in Abhängigkeit von x und weisen Sie sodann durch Rechnung nach, dass für keinen Wert von x der Flächeninhalt der Seitenflächen AP_nD und BCP_n gleich ist.
[Teilergebnis: $\overline{NP_n}(x) = \sqrt{x^2 - 14{,}87x + 100}\text{ cm}$] 5 P

A 2.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für das Volumen V der Pyramiden $ABCDP_n$ in Abhängigkeit von x gilt:
$V(x) = 22{,}33x\text{ cm}^3$. 3 P

A 2.5 In der Pyramide $ABCDP_2$ gilt: $\sphericalangle MNP_2 = 60°$.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x.
Ermitteln Sie sodann rechnerisch den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide $ABCDP_2$ am Volumen der Pyramide ABCDS. 4 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $A(-2|-3)$ und $C(5|0{,}5)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + 2x + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $c \in \mathbb{R}$.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und c, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0{,}5x^2 + 2x + 3$ hat und zeichnen Sie die Parabel p für $x \in [-3;7]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 8$; $-8 \leqq y \leqq 6$. 3 P

B 1.2 Punkte $D_n(x|-0{,}5x^2 + 2x + 3)$ auf der Parabel p sind für $x \in]-2;5[$ zusammen mit den Punkten A und C und Punkten B_n die Eckpunkte von Parallelogrammen AB_nCD_n.
Zeichnen Sie das Parallelogramm AB_1CD_1 für $x = -0{,}5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein und überprüfen Sie sodann rechnerisch, ob das Parallelogramm AB_1CD_1 ein Rechteck ist. 4 P

B 1.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Parallelogramme AB_nCD_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte D_n.
[Ergebnis: $A(x) = (-3{,}5x^2 + 10{,}5x + 35)$ FE] 3 P

B 1.4 Unter den Parallelogrammen AB_nCD_n besitzt das Parallelogramm AB_0CD_0 den maximalen Flächeninhalt.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes D_0. 2 P

B 1.5 Im Parallelogramm AB_2CD_2 hat der Winkel CAD_2 das Maß 25°.
Zeichnen Sie das Parallelogramm AB_2CD_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein und berechnen Sie sodann die x-Koordinate des Punktes D_2. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.
[Teilergebnis: $m_{AD_2} = 1{,}26$] 5 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

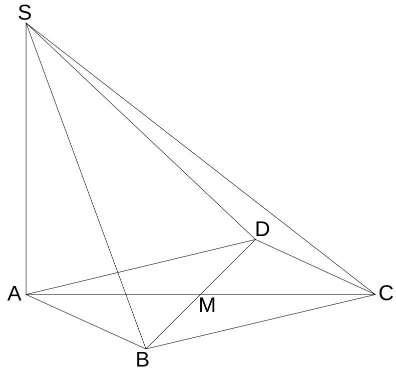
Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II | **Haupttermin** | **Aufgabe B 2**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche die Raute ABCD mit den Diagonalen [AC] und [BD] ist. Der Schnittpunkt der beiden Diagonalen ist der Punkt M.
Die Spitze S der Pyramide ABCDS liegt senkrecht über dem Punkt A.
Es gilt: $\overline{AC} = 9\text{ cm}$; $\overline{BD} = 8\text{ cm}$;
$\overline{AS} = 7\text{ cm}$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Diagonale [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [SC] und das Maß φ des Winkels SCA.
[Ergebnisse: $\overline{SC} = 11{,}40\text{ cm}$; $\varphi = 37{,}87°$] 4 P

B 2.2 Punkte $Z_n \in [SC]$ mit $\overline{Z_nC} = x\text{ cm}$ $(x < 11{,}40;\ x \in \mathbb{R}^+)$ sind die Spitzen von Pyramiden $BCDZ_n$.
Zeichnen Sie die Pyramide $BCDZ_1$ für $x = 2$ in das Schrägbild zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann das Maß ε des Winkels CMZ_1. 3 P

B 2.3 Für die Pyramide $BCDZ_2$ gilt: $MZ_2 \perp AC$.
Zeichnen Sie die Pyramide $BCDZ_2$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Begründen Sie sodann, dass für die Pyramide $BCDZ_2$ gilt: $\overline{SZ_2} = \overline{Z_2C}$. 3 P

B 2.4 In der Pyramide $BCDZ_3$ gilt: $\sphericalangle CMZ_3 = 110°$.
Zeichnen Sie die Pyramide $BCDZ_3$ und ihre Höhe $[Z_3F]$ in das Schrägbild zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[Z_3C]$.
[Ergebnis: $\overline{Z_3C} = 7{,}95\text{ cm}$] 3 P

B 2.5 Ermitteln Sie durch Rechnung den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide $BCDZ_3$ am Volumen der Pyramide ABCDS. 4 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe C 1**

C 1.0 Gegeben sind die Parabel p_1 mit der Gleichung $y = -0{,}3x^2 + 2{,}1x + 1{,}2$ und die nach unten geöffnete Normalparabel p_2 mit der Gleichung $y = -x^2 + 8x - 6$. ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.)

C 1.1 Zeigen Sie, dass die Parabel p_1 den Scheitel $S_1(3{,}5 \mid 4{,}875)$ hat.
Erstellen Sie sodann für die Parabel p_1 eine Wertetabelle für $x \in [0;7]$ mit $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie die Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 9$; $-3 \leqq y \leqq 11$. 4 P

C 1.2 Punkte $A_n(x \mid -0{,}3x^2 + 2{,}1x + 1{,}2)$ auf der Parabel p_1 und Punkte $C_n(x \mid -x^2 + 8x - 6)$ auf der Parabel p_2 sind zusammen mit Punkten B_n und D_n die Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$ mit $\overline{B_nD_n} = 2$ LE. Die Punkte A_n und C_n haben dieselbe Abszisse x und es gilt: $y_{A_n} < y_{C_n}$.
Zeichnen Sie die Rauten $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

C 1.3 Ermitteln Sie durch Rechnung, für welche Belegungen von x es Rauten $A_nB_nC_nD_n$ gibt. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

C 1.4 Überprüfen Sie rechnerisch, ob die Gerade B_2C_2 eine Tangente an die Parabel p_2 ist.
[Teilergebnis: $B_2(6 \mid 6{,}6)$] 4 P

C 1.5 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Länge der Diagonalen $[A_nC_n]$ der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n wie folgt darstellen lässt:
$\overline{A_nC_n}(x) = (-0{,}7x^2 + 5{,}9x - 7{,}2)$ LE. 1 P

C 1.6 Unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ hat die Raute $A_0B_0C_0D_0$ den maximalen Flächeninhalt. Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x und den Flächeninhalt der Raute $A_0B_0C_0D_0$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

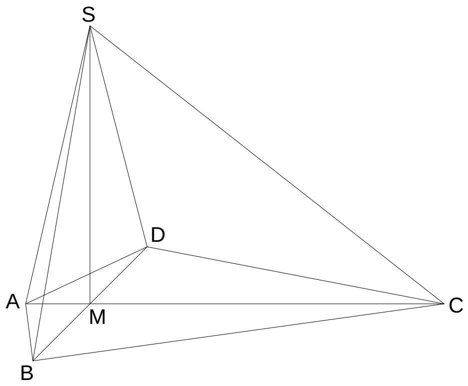
R4

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe C 2**

C 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche das Drachenviereck ABCD mit den Diagonalen [AC] und [BD] ist. Die beiden Diagonalen schneiden sich im Punkt M mit $\overline{AM} = 2\text{ cm}$.

Die Spitze S der Pyramide ABCDS liegt senkrecht über dem Punkt M.

Es gilt: $\overline{AC} = 13\text{ cm}$; $\overline{BD} = 10\text{ cm}$; $\overline{SC} = 14\text{ cm}$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

C 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Diagonale [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.

Berechnen Sie sodann das Maß γ des Winkels SCA und die Länge der Pyramidenhöhe [MS].

[Ergebnisse: $\gamma = 38{,}21°$; $\overline{MS} = 8{,}66\text{ cm}$] 4 P

C 2.2 Punkte $E_n \in [SA]$, $F_n \in [SB]$, $G_n \in [SC]$ und $H_n \in [SD]$ sind die Eckpunkte von Drachenvierecken $E_nF_nG_nH_n$. Die Diagonalen $[E_nG_n]$ und $[F_nH_n]$ der Drachenvierecke $E_nF_nG_nH_n$ schneiden sich in den Punkten P_n und verlaufen jeweils parallel zu den Diagonalen [AC] und [BD] des Drachenvierecks ABCD.

Es gilt: $\overline{SG_n} = x\text{ cm}$ mit $x < 14$; $x \in \mathbb{R}^+$.

Die Punkte E_n, F_n, G_n und H_n und der Punkt $R \in [AC]$ mit $\overline{RC} = 8\text{ cm}$ legen Pyramiden $E_nF_nG_nH_nR$ fest. Punkte N_n auf den Geraden E_nG_n sind die Fußpunkte der Pyramidenhöhen $[N_nR]$.

Zeichnen Sie für $x = 7{,}5$ die Pyramide $E_1F_1G_1H_1R$ und ihre Höhe $[N_1R]$ in das Schrägbild zu 2.1 ein. 2 P

C 2.3 Berechnen Sie die Länge der Seitenkante $[RG_1]$ und das Maß ε des Winkels CRG_1.

[Ergebnis: $\varepsilon = 54{,}31°$] 4 P

C 2.4 Ermitteln Sie das Volumen der Pyramide $E_1F_1G_1H_1R$ durch Rechnung.

[Teilergebnis: $\overline{N_1R} = 4{,}02\text{ cm}$] 5 P

C 2.5 Das Volumen der Pyramide $E_2F_2G_2H_2R$ ist halb so groß wie das Volumen der Pyramide $E_2F_2G_2H_2S$.

Begründen Sie, dass die Höhe der Pyramide $E_2F_2G_2H_2R$ folglich halb so lang wie die Höhe der Pyramide $E_2F_2G_2H_2S$ ist. 2 P