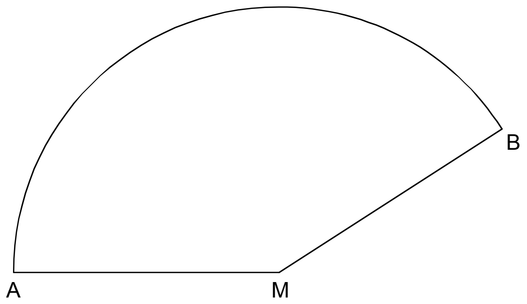
Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2007
an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe A 1**

A 1.0 Gegeben ist ein Kreissektor mit $\overline{MA} = \overline{MB} = 7\text{ cm}$ und der Bogenlänge $\overset{\frown}{BA} = 18\text{ cm}$ (siehe Skizze).



A 1.1 Berechnen Sie das Maß α des Mittelpunktswinkels BMA des Kreissektors und zeichnen Sie sodann den Kreissektor.
[Teilergebnis: $\alpha = 147{,}3°$] 2 P

A 1.2 Auf dem Kreisbogen liegen Punkte C_n, die zusammen mit den Punkten A, M und B Vierecke $AMBC_n$ bilden.
Für die Länge der Strecke $[AC_n]$ gilt: $\overline{AC_n} = x\text{ cm}$ mit $x \in \mathbb{R}^+$.
Bestimmen Sie das Intervall für x so, dass es Vierecke $AMBC_n$ gibt.
[Teilergebnis: $\overline{AB} = 13{,}4\text{ cm}$] 2 P

A 1.3 Im Viereck $AMBC_1$ hat der Winkel MAC_1 das Maß 70°.
Zeichnen Sie das Viereck $AMBC_1$ in die Zeichnung zu 1.1 ein.
Berechnen Sie sodann den prozentualen Anteil des Flächeninhalts des Dreiecks AMC_1 am Flächeninhalt des Vierecks $AMBC_1$. 4 P

A 1.4 Unter den Vierecken $AMBC_n$ gibt es das achsensymmetrisches Viereck $AMBC_0$ mit MC_0 als Symmetrieachse. Der Punkt S_0 ist der Schnittpunkt der beiden Diagonalen [AB] und $[MC_0]$.
Zeichnen Sie das Viereck $AMBC_0$ in die Zeichnung zu 1.1 ein. Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt des Vierecks $AMBC_0$. 2 P

A 1.5 Berechnen Sie die Länge der Strecke $[C_0S_0]$ und erklären Sie, dass das Viereck $AMBC_0$ unter den Vierecken $AMBC_n$ den größten Flächeninhalt besitzt. 3 P

A 1.6 Für $x = 12$ entsteht eine Figur, die von $[C_2A]$, $[AM]$, $[MB]$ und $\overset{\frown}{BC_2}$ begrenzt wird.
Zeichnen Sie die Figur in die Zeichnung zu 1.1 ein und berechnen Sie anschließend den Umfang u der Figur. 4 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

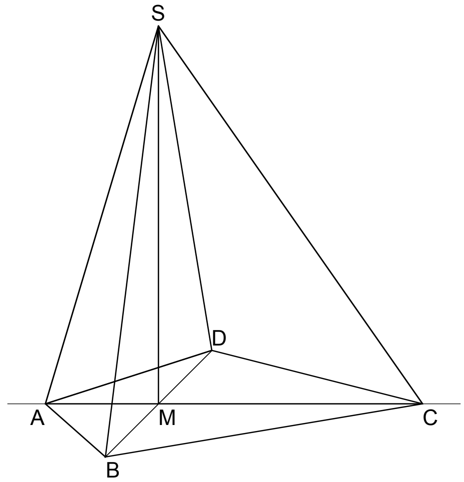
Abschlussprüfung 2007

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche ein Drachenviereck mit der Symmetrieachse AC ist. Die Spitze S der Pyramide liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M und es gilt: $\overline{AC} = 10\text{ cm}$; $\overline{AM} = 3\text{ cm}$; $\overline{BD} = 8\text{ cm}$ und $\overline{MS} = 10\text{ cm}$.



A 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

Berechnen Sie sodann das Maß α des Winkels CAS und das Maß φ des Winkels BSD.

[Teilergebnisse: $\alpha = 73{,}3°$; $\varphi = 43{,}6°$] 4 P

A 2.2 $P_n \in [BS]$, $Q_n \in [DS]$ und $R_n \in [AS]$ sind zusammen mit C Eckpunkte von Drachenvierecken $CQ_nR_nP_n$. Punkte $N_n \in [MS]$ sind die Mittelpunkte der Diagonalen $[P_nQ_n]$. Es gilt: $[P_nQ_n] \parallel [BD]$ und $\overline{MN_n} = x\text{ cm}$ mit $0 < x < 10$; $x \in \mathbb{R}$.

Zeichnen Sie für $x = 4$ das Drachenviereck $CQ_1R_1P_1$ in das Schrägbild zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann den Flächeninhalt des Drachenvierecks $CQ_1R_1P_1$.

[Teilergebnis: $\sphericalangle N_1CM = 29{,}7°$] 5 P

A 2.3 Der Punkt C ist die Spitze von Pyramiden BDQ_nP_nC mit der Grundfläche BDQ_nP_n. Zeigen Sie, dass für das Volumen V der Pyramiden BDQ_nP_nC in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = \left(-\frac{14}{15}x^2 + \frac{56}{3}x\right)\text{cm}^3$. 3 P

A 2.4 Tabellarisieren Sie das Volumen $V(x) = \left(-\frac{14}{15}x^2 + \frac{56}{3}x\right)\text{cm}^3$ für $x \in [0;\, 10]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ auf Ganze gerundet. Zeichnen Sie sodann den Graphen zu $V(x) = y\text{ cm}^3$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 1 cm für 1 cm; $0 \leqq x \leqq 11$

Auf der y-Achse: 1 cm für 10 cm³; $0 \leqq y \leqq 110$ 3 P

A 2.5 Das Volumen der Pyramide BDQ_2P_2C beträgt 40,0 cm³.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x. 2 P

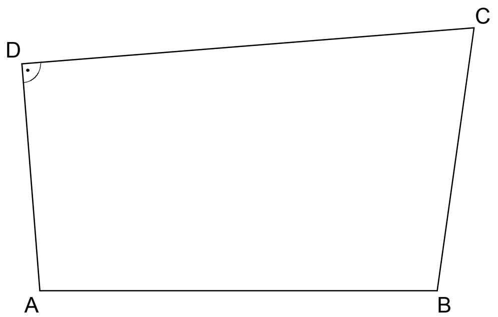
Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2007
an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Gegeben ist ein Viereck mit $\overline{AB} = 10,5\text{ cm}$; $\overline{BC} = 7\text{ cm}$; $\overline{AD} = 6\text{ cm}$; $\sphericalangle CBA = 98°$ und $\sphericalangle ADC = 90°$ (siehe Skizze).



B 1.1 Konstruieren Sie das Viereck ABCD und berechnen Sie sodann die Länge der Diagonalen [AC] sowie das Maß des Winkels CAD.
[Teilergebnis: $\overline{AC} = 13,4\text{ cm}$] 4 P

B 1.2 Ermitteln Sie rechnerisch das Maß des Winkels BAC.
[Ergebnis: $\sphericalangle BAC = 31,2°$] 1 P

B 1.3 Der Inkreis des Dreiecks ABC hat den Mittelpunkt M. Der Inkreis schneidet die Strecke [AM] im Punkt E und berührt die Strecke [AB] im Punkt F.
Zeichnen Sie den Inkreis des Dreiecks ABC und tragen Sie die Punkte E und F in die Zeichnung ein. 2 P

B 1.4 Berechnen Sie die Länge der Strecke [AM] sowie den Inkreisradius $\overline{FM}$ des Dreiecks ABC.
[Ergebnisse: $\overline{AM} = 8,8\text{ cm}$; $\overline{FM} = 2,4\text{ cm}$] 3 P

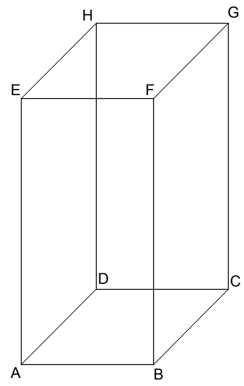
B 1.5 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Figur, die von den Strecken [FA], [AE] und dem Kreisbogen $\overset{\frown}{EF}$ begrenzt wird. 4 P

B 1.6 Ermitteln Sie rechnerisch den prozentualen Anteil des Flächeninhalts A der Figur aus 1.5 am Flächeninhalt des Vierecks ABCD. 3 P

<table><tr><td>Prüfungsdauer:
150 Minuten</td><td>Abschlussprüfung 2007
an den Realschulen in Bayern</td><td>R4/R6</td></tr></table>

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild des Quaders ABCDEFGH, dessen Grundfläche das Rechteck ABCD ist. Es gilt: $\overline{AB} = 5\,\text{cm}$; $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$ und $\overline{AE} = 10\,\text{cm}$.
Der Punkt P auf der Kante [AE] mit $\overline{EP} = 7\,\text{cm}$ und die Punkte B und G sind die Eckpunkte des Dreiecks PBG.



B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Quaders ABCDEFGH mit dem Dreieck PBG, wobei die Kante [AB] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$
Berechnen Sie sodann die Längen der Strecken [BP] und [PG].
[Teilergebnisse: $\overline{BP} = 5{,}83\,\text{cm}$; $\overline{PG} = 11{,}75\,\text{cm}$] 4 P

B 2.2 Berechnen Sie das Maß φ des Winkels BPG.
[Ergebnis: $\varphi = 86{,}67°$] 2 P

B 2.3 Berechnen Sie den Abstand d des Punktes P von der Strecke [BG]. 3 P

B 2.4 Es entstehen neue Quader $AB_nC_nDE_nF_nG_nH_n$, indem man die Kanten [AB] und [DC] über B und C hinaus um jeweils 2x cm verlängert und gleichzeitig die Höhe des Quaders um x cm verkürzt mit $0 < x < 10;\ x \in \mathbb{R}$.
Zeichnen Sie für $x = 2$ den Quader $AB_1C_1DE_1F_1G_1H_1$ in das Schrägbild zu 2.1 ein. 1 P

B 2.5 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für das Volumen der Quader $AB_nC_nDE_nF_nG_nH_n$ in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = (-16x^2 + 120x + 400)\,\text{cm}^3$.
Bestimmen Sie sodann den Wert von x, für den man das maximale Volumen erhält und geben Sie dieses an. 3 P

B 2.6 Tabellarisieren Sie das Volumen $V(x) = (-16x^2 + 120x + 400)\,\text{cm}^3$ für $x \in [0;\,10]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie den Graphen zu $V(x) = y\,\text{cm}^3$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 1 cm für 1 cm; $0 \leqq x \leqq 10$
Auf der y-Achse: 1 cm für 50 cm³; $0 \leqq y \leqq 650$
Berechnen Sie sodann, für welchen Wert von x ein Quader mit einem Volumen von 300 cm³ entsteht. 4 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

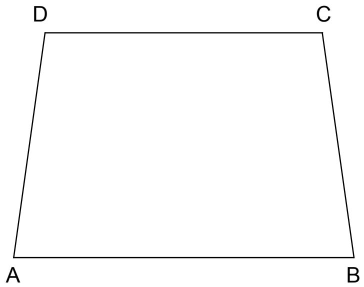
Abschlussprüfung 2007

an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern

R4

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe C 1**

C 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt die Schnittvorlage der trapezförmigen Vorderseite einer Damenhandtasche. Dabei gelten folgende Maße: $\overline{AB} = 27,0\,\text{cm}$; $\overline{BC} = \overline{AD} = 18,0\,\text{cm}$; $\sphericalangle BAD = 82,0°$.



C 1.1 Zeichnen Sie das gleichschenklige Trapez ABCD, sowie die Diagonale [AC] im Maßstab 1 : 3.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [AC], sowie das Maß α des Winkels BAC.
[Teilergebnisse: $\overline{AC} = 30,3\,\text{cm}$; $\alpha = 36,0°$] 4 P

C 1.2 Zur weiteren Gestaltung wird in der Schnittvorlage ein Kreis um D mit dem Radius 15,0 cm gezeichnet. Der Kreis $k(D; r = 15,0\,\text{cm})$ schneidet die Diagonale [AC] in den Punkten P und Q, die Seite [DC] im Punkt R und die Seite [DA] im Punkt S. Es gilt: $\overline{AP} < \overline{AQ}$.
Zeichnen Sie die Punkte P, Q, R und S sowie den Kreisbogen SR in die Zeichnung zu 1.1 ein. 1 P

C 1.3 Zeichnen Sie die Strecken [DP] und [DQ] in die Zeichnung zu 1.1 ein.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt A_S des durch die Strecken [DP], [DQ] und den Kreisbogen PQ begrenzten Kreissektors.
[Teilergebnis: $\sphericalangle PDQ = 60,6°$] 4 P

C 1.4 Auf dem Kreisbogen QR sollen vom Punkt Q bis zum Punkt R 7 Nieten in gleicher Entfernung gesetzt werden.
Berechnen Sie die Bogenlänge b zwischen den Nieten. (Der Nietendurchmesser soll vernachlässigt werden.) 3 P

C 1.5 Durch den Kreisbogen SR und die Strecken [RC], [CB], [BA] und [AS] wird eine Lederfläche A_L begrenzt.
Berechnen Sie den prozentualen Anteil der Lederfläche A_L an der Gesamtfläche A der Taschenvorderseite. 5 P

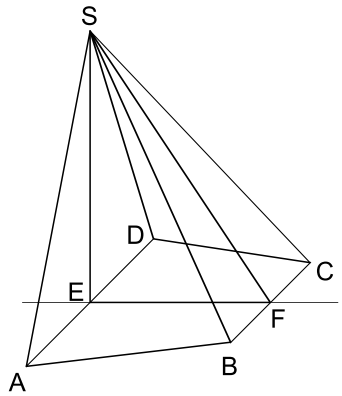
Abschlussprüfung 2007

an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern

R4

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe C 2**

C 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche ein gleichschenkliges Trapez ist. Die Seiten [AD] und [BC] sind parallel zueinander, E ist der Mittelpunkt von [AD] und F der Mittelpunkt von [BC]. Die Spitze S der Pyramide liegt senkrecht über dem Punkt E und es gilt:
$\overline{AD} = 8\text{ cm}$; $\overline{BC} = 5\text{ cm}$; $\overline{EF} = 4\text{ cm}$ und $\overline{ES} = 6\text{ cm}$.



C 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [EF] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Berechnen Sie sodann das Maß φ des Winkels BSC auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$ 4 P

C 2.2 Verlängert man die Kanten [AB] und [DC] über B und C hinaus jeweils um die gleiche Streckenlänge, so entstehen neue Pyramiden AB_nC_nDS mit den Trapezen AB_nC_nD als Grundfläche. F_n ist der Mittelpunkt der Kante $[B_nC_n]$ und es gilt: $\overline{FF_n} = x\text{ cm}$ mit $x < \frac{20}{3}$; $x \in \mathbb{R}^+$.
Zeichnen Sie die Pyramide AB_1C_1DS für $x = 3$ in das Schrägbild zu 2.1 ein. 1 P

C 2.3 Für $\overline{FF_0} = \frac{20}{3}\text{ cm}$ wird die Grundfläche der zugehörigen Pyramide AF_0DS das gleichschenklige Dreieck AF_0D.
Zeichnen Sie das gleichschenklige Dreieck AF_0D in das Schrägbild zu 2.1 ein und bestätigen Sie sodann durch Rechnung, dass gilt: $\overline{FF_0} = \frac{20}{3}\text{ cm}$. 3 P

C 2.4 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass sich das Volumen der Pyramiden AB_nC_nDS in Abhängigkeit von x wie folgt darstellen lässt: $V(x) = (-0{,}75x^2 + 10x + 52)\text{ cm}^3$.
[Teilergebnis: $\overline{B_nC_n}(x) = (5 - 0{,}75x)\text{ cm}$] 5 P

C 2.5 Berechnen Sie, für welche Belegung von x auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet das Volumen der zugehörigen Pyramide AB_2C_2DS um 25% größer ist als das Volumen der Pyramide ABCDS. 4 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2007

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

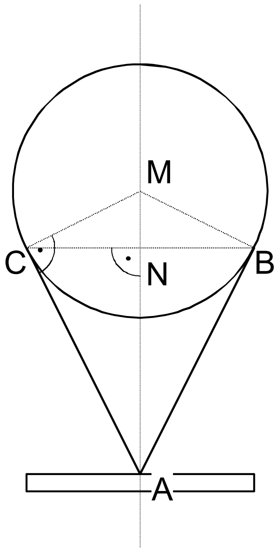
Mathematik II | **Haupttermin** | **Aufgabe P 1**

Name:_______________________________ Vorname:_______________________________

Klasse:______________ Platzziffer:______________ Punkte:______________

P 1 Nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt eines kegelförmigen Eisbechers und einer Eiscremekugel. AM ist die Symmetrieachse und es gilt:
$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CM} = 4,0\,\text{cm}$, $\sphericalangle BAC = 40,0°$ und $\sphericalangle ACM = 90,0°$.

Die Eiscremekugel schmilzt vollständig. Das Volumen der geschmolzenen Eiscreme beträgt 42% des Volumens der Eiscremekugel.
Überprüfen Sie durch Rechnung, ob die geschmolzene Eiscreme in den Eisbecher passen würde.

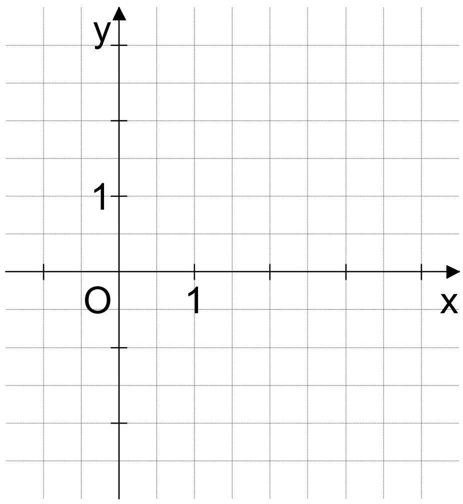


5 P

P 2.0 Eine nach unten geöffnete Normalparabel p verläuft durch den Ursprung. Ihre Symmetrieachse s hat die Gleichung $x = 1,5$; $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

P 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitels S der Parabel p und zeigen Sie anschließend, dass die Gleichung $y = -x^2 + 3x$ die Funktionsgleichung von p ist. 3 P

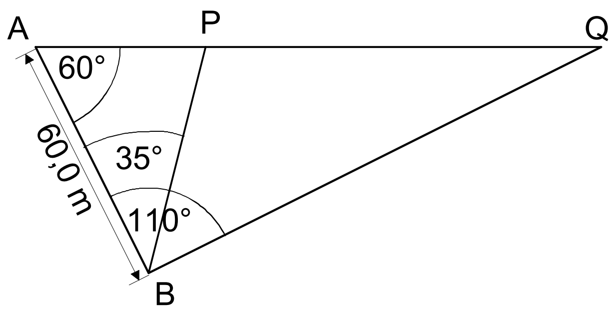
P 2.2 Zeichnen Sie die Parabel p im Bereich für $x \in [-0,5; 3,5]$ in das Koordinatensystem ein. 1 P



P 2.3 Die Parabel p schneidet die x-Achse in den Punkten $A(0|0)$ und $B(3|0)$. Diese Punkte legen zusammen mit Punkten C_n, die auf dem Parabelbogen zwischen A und B liegen, Dreiecke ABC_n fest.
Im Dreieck ABC_1 hat der Winkel BAC_1 das Maß 42°.
Zeichnen Sie das Dreieck ABC_1 in die Zeichnung zu 2.2 ein und berechnen Sie sodann die Koordinaten von C_1. 3 P

P 2.4 Überprüfen Sie rechnerisch, ob das Dreieck ABC_0 mit $C_0(1,5|2,25)$ gleichseitig ist. 2 P

P 3 In einem ebenen, unzugänglichen Sumpfgebiet befinden sich die Messpunkte P und Q. Von einem zugänglichen Punkt A, der auf einer Geraden mit den Punkten P und Q liegt, wurde eine Strecke [AB] abgesteckt. In der nebenstehenden Skizze sind die gemessenen Maße eingetragen.



Berechnen Sie die Länge der Strecke [PQ]. 5 P