Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Wahlteil – Haupttermin** **Aufgabe A 1**

A 1.0 Gegeben sind die Parabel p mit der Gleichung $y = -0{,}15x^2 + 0{,}3x + 6{,}85$ und die Gerade g mit der Gleichung $y = -\frac{3}{5}x + 2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

A 1.1 Erstellen Sie für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [-2; 10]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leqq x \leqq 11$; $-6 \leqq y \leqq 9$ 4 P

A 1.2 Punkte $A_n\left(x \mid -0{,}15x^2 + 0{,}3x + 6{,}85\right)$ auf der Parabel p und Punkte $B_n\left(x \,\middle|\, -\frac{3}{5}x + 2\right)$ auf der Geraden g haben jeweils dieselbe Abszisse x und sind mit Punkten C_n und D_n Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$.
Es gilt: $x \in]-3{,}43;\ 9{,}43[$ und $\overrightarrow{B_nC_n} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$.
Zeichnen Sie die Parallelogramme $A_1B_1C_1D_1$ für x = –1 und $A_2B_2C_2D_2$ für x = 5 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

A 1.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Länge der Seiten $[A_nB_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n wie folgt darstellen lässt: $\overline{A_nB_n}(x) = (-0{,}15x^2 + 0{,}9x + 4{,}85)$ LE.
Bestimmen Sie sodann, für welchen Wert von x die Strecke $[A_nB_n]$ maximal ist. 2 P

A 1.4 Stellen Sie den Flächeninhalt A der Parallelogramme $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n dar.
[Ergebnis: $A(x) = (-0{,}75x^2 + 4{,}5x + 24{,}25)$ FE] 2 P

A 1.5 Zeigen Sie durch Rechnung, dass es unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ kein Parallelogramm mit einem Flächeninhalt von 35 FE gibt. 3 P

A 1.6 Unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ gibt es zwei Rauten $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$.
Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte A_3 und A_4. 4 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

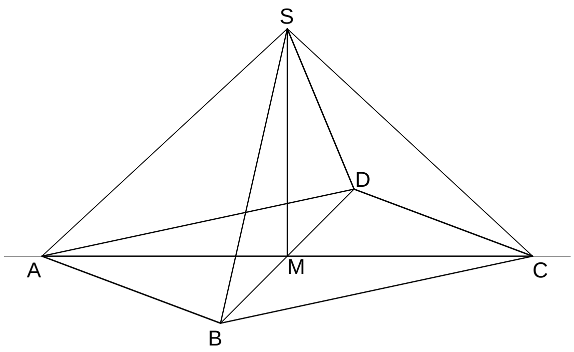
Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Wahlteil - Haupttermin** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche eine Raute mit den Diagonalenlängen $\overline{AC} = 13\,\text{cm}$ und $\overline{BD} = 10\,\text{cm}$ ist. Die Spitze S der Pyramide liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M der Grundfläche mit $\overline{MS} = 6\,\text{cm}$.



A 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$ 2 P

A 2.2 Berechnen Sie das Maß ε des Winkels SCA, die Länge der Strecke [CS] und das Volumen V der Pyramide ABCDS auf eine Stelle nach dem Komma gerundet.
[Ergebnisse: $\varepsilon = 42{,}7°$; $\overline{CS} = 8{,}8\,\text{cm}$; V = 130 cm³] 3 P

A 2.3 Verlängert man die Kante [CS] über S hinaus um 2x cm, so erhält man Punkte P_n. Verkürzt man gleichzeitig die Diagonale [BD] der Grundfläche von beiden Eckpunkten aus jeweils um x cm, so erhält man Punkte Q_n und R_n, wobei gilt: $\overline{BQ_n} = \overline{DR_n} = x\,\text{cm}$ mit $x < 5$ und $x \in \mathbb{R}^+$.
Die Punkte A, Q_n, C und R_n sind die Eckpunkte der Grundflächen von Pyramiden $AQ_nCR_nP_n$ mit den Spitzen P_n.
Zeichnen Sie die Pyramide $AQ_1CR_1P_1$ für x = 2 und die zugehörige Höhe $[F_1P_1]$ mit dem Höhenfußpunkt F_1 auf der Diagonalen [AC] in das Schrägbild zu 2.1 ein. 2 P

A 2.4 Zeigen Sie, dass sich das Volumen V der Pyramiden $AQ_nCR_nP_n$ in Abhängigkeit von x wie folgt darstellen lässt: $V(x) = (-6{,}1x^2 + 4{,}3x + 130)\,\text{cm}^3$.
[Teilergebnis: $\overline{F_nP_n}(x) = (1{,}4x + 6{,}0)\,\text{cm}$] 3 P

A 2.5 Begründen Sie durch Rechnung, dass es unter den Pyramiden $AQ_nCR_nP_n$ keine Pyramide gibt, deren Volumen um 10% größer als das Volumen der Pyramide ABCDS ist. 3 P

A 2.6 Der Winkel AP_2C an der Spitze der Pyramide $AQ_2CR_2P_2$ hat das Maß $\varphi = 60°$.
Berechnen Sie die Länge der Strecke $[CP_2]$ und den zugehörigen Wert für x. 4 P

Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Wahlteil - Haupttermin** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Die Parabel p hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + 1{,}5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $b \in \mathbb{R}$. Die Parabel p verläuft durch die Punkte $A(-5 \mid 6)$ und $B(5 \mid 2)$.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und b, dass die Parabel p die Gleichung $y = 0{,}1x^2 - 0{,}4x + 1{,}5$ hat.
Erstellen Sie für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [-5; 5]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie sodann die Parabel p in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \leqq x \leqq 6$; $-4 \leqq y \leqq 7$ 4 P

B 1.2 Die Gerade g verläuft durch den Punkt $T(-2 \mid 1)$. Die x-Achse schließt mit der Geraden g den Winkel mit dem Maß $\alpha = 143{,}13°$ ein.
Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung der Geraden g und zeichnen Sie die Gerade g in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $g: y = -0{,}75x - 0{,}50$] 3 P

B 1.3 Punkte $Q_n\left(x \mid -0{,}75x - 0{,}50\right)$ auf der Geraden g und Punkte $R_n\left(x \mid 0{,}1x^2 - 0{,}4x + 1{,}5\right)$ auf der Parabel p haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit Punkten P_n auf der Geraden g Eckpunkte von Dreiecken $P_nQ_nR_n$ mit $x_P < x_Q$. Es gilt: $\overline{P_nQ_n} = 2{,}5\text{ LE}$.
Zeichnen Sie die Dreiecke $P_1Q_1R_1$ für x = –3 und $P_2Q_2R_2$ für x = 1,5 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Länge der Seiten $[Q_nR_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte Q_n wie folgt darstellen lässt:
$\overline{Q_nR_n}(x) = (0{,}1x^2 + 0{,}35x + 2)\text{ LE}$. 1 P

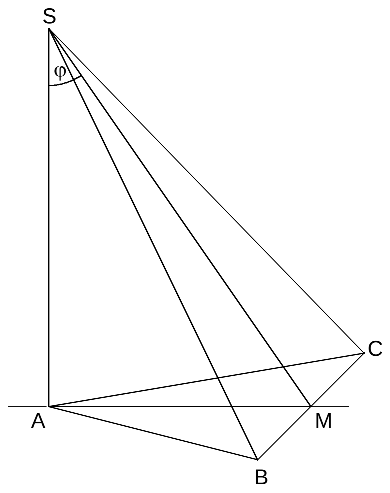
B 1.5 Unter den Dreiecken $P_nQ_nR_n$ gibt es zwei gleichschenklige Dreiecke $P_3Q_3R_3$ und $P_4Q_4R_4$ mit der Basis $[P_3R_3]$ bzw. $[P_4R_4]$.
Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet die x-Koordinaten der Punkte Q_3 und Q_4. 3 P

B 1.6 Berechnen Sie den kleinstmöglichen Flächeninhalt A_{min} der Dreiecke $P_nQ_nR_n$. 4 P

Prüfungsdauer: **150 Minuten**	**Abschlussprüfung 2006** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II **Wahlteil - Haupttermin** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCS, deren Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck mit der Dreieckshöhe $\overline{AM} = 4 \cdot \sqrt{3}\,\text{cm}$ ist. Die Spitze S der Pyramide liegt senkrecht über dem Punkt A der Grundfläche mit $\overline{AS} = 10\,\text{cm}$. Der Winkel ASM hat das Maß φ.



B 2.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass gilt: $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$ und $\varphi = 34{,}72°$. 2 P

B 2.2 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei [AM] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$ 2 P

B 2.3 Auf der Strecke [MS] liegt der Punkt Q mit $\overline{MQ} = 6\,\text{cm}$. Punkte P_n liegen auf der Seitenkante [AS] und bilden zusammen mit den Punkten Q und S Dreiecke P_nQS.
Unter den Dreiecken P_nQS gibt es ein rechtwinkliges Dreieck P_1QS mit der Hypotenuse [QS].
Zeichnen Sie das Dreieck P_1QS in das Schrägbild zu 2.2 ein und berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[SP_1]$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{SM} = 12{,}17\,\text{cm}$] 4 P

B 2.4 Das Dreieck P_2QS ist gleichschenklig mit der Seite [QS] als Basis.
Zeichnen Sie das Dreieck P_2QS in das Schrägbild zu 2.2 ein und berechnen Sie sodann auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet die Länge des Schenkels $[P_2Q]$. 3 P

B 2.5 Für den Punkt P_3 hat der Winkel P_3MA das Maß 20°.
Zeichnen Sie das Dreieck BCP_3 in das Schrägbild zu 2.2 ein und zeigen Sie sodann dass der Flächeninhalt 29,48 cm² beträgt. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

B 2.6 Das Dreieck BCP_3 ist die Grundfläche der Pyramide BCP_3Q mit der Spitze Q.
Zeichnen Sie die Pyramide BCP_3Q und die zugehörige Höhe [FQ] mit dem Höhenfußpunkt F auf der Strecke $[P_3M]$ in das Schrägbild zu 2.2 ein.
Berechnen Sie sodann das Volumen der Pyramide BCP_3Q. 3 P

Abschlussprüfung 2006

an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern

R4

Mathematik II **Wahlteil - Haupttermin** **Aufgabe C 1**

C 1.0 Gegeben sind die Parabel p mit der Gleichung $y = -0,25(x-6)^2 + 4$ und die Gerade g mit der Gleichung $y = -0,25x + 8$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

C 1.1 Zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g im Bereich von $1 \leqq x \leqq 11$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 12$; $-3 \leqq y \leqq 9$ 3 P

C 1.2 Punkte $A_n\left(x \middle| -0,25(x-6)^2 + 4\right)$ auf der Parabel p und Punkte $C_n\left(x \middle| -0,25x + 8\right)$ auf der Geraden g haben jeweils dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit den Punkten B_n und D_n Eckpunkte von Vierecken $A_nB_nC_nD_n$. Es gilt:
$\overrightarrow{A_nB_n} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{A_nD_n} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$.
Zeichnen Sie die Vierecke $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 8$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

C 1.3 Überprüfen Sie rechnerisch, ob die Gerade A_2D_2 eine Tangente an die Parabel p ist.
[Teilergebnis: $A_2D_2: y = -x + 11$] 4 P

C 1.4 In allen Vierecken $A_nB_nC_nD_n$ hat der Winkel $B_nA_nD_n$ das gemeinsame Maß α.
Berechnen Sie α. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

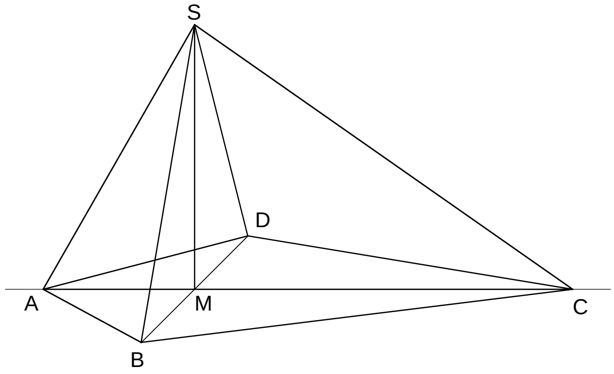
C 1.5 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $D_n\left(x-2 \middle| -0,25x^2 + 3x - 3\right)$. 1 P

C 1.6 Unter den Vierecken $A_nB_nC_nD_n$ gibt es zwei Trapeze $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$ mit $[A_3B_3] \parallel [C_3D_3]$ bzw. $[A_4B_4] \parallel [C_4D_4]$.
Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte A_3 und A_4. 4 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2006** an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern	**R4**

Mathematik II **Wahlteil - Haupttermin** **Aufgabe C 2**

C 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche ein Drachenviereck mit der Geraden AC als Symmetrieachse ist. Die Spitze S der Pyramide liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M des Drachenvierecks ABCD. Es gilt:
$\overline{AC} = 14\text{ cm}$, $\overline{BD} = 8\text{ cm}$,
$\overline{AM} = 4\text{ cm}$ und $\overline{MS} = 7\text{ cm}$.



C 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$
Berechnen Sie sodann jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet das Maß ε des Winkels SCA sowie die Länge der Strecke [CS].
[Ergebnisse: $\varepsilon = 34{,}99°$; $\overline{CS} = 12{,}21\text{ cm}$] 4 P

C 2.2 Strecken $[E_nF_n]$ mit $E_n \in [BC]$ und $F_n \in [CD]$ verlaufen parallel zur Strecke [BD]. Die Strecken $[E_nF_n]$ schneiden die Diagonale [AC] im Punkt Q_n mit $\overline{MQ_n} = x\text{ cm}$ und $0 < x < 6{,}11$; $x \in \mathbb{R}$. Punkte P_n auf der Strecke [CS] mit $\overline{CP_n} = 2x\text{ cm}$ bilden zusammen mit den Punkten E_n und F_n die Eckpunkte der Dreiecke $E_nF_nP_n$.
Zeichnen Sie das Dreieck $E_1F_1P_1$ für x = 5 in das Schrägbild zu 2.1 ein. 1 P

C 2.3 Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet den Flächeninhalt des Dreiecks $E_1F_1P_1$.
[Teilergebnis: $\overline{E_1F_1} = 4\text{ cm}$] 4 P

C 2.4 Zeigen Sie, dass sich die Länge der Strecke $[P_nQ_n]$ in Abhängigkeit von x wie folgt darstellen lässt:
$\overline{P_nQ_n}(x) = \sqrt{8{,}28x^2 - 52{,}77x + 100}\text{ cm}$
Ermitteln Sie sodann den Wert von x, für den die Länge der Strecke $[P_nQ_n]$ minimal wird. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

C 2.5 Trapeze BE_nF_nD sind die Grundflächen von Pyramiden $BE_nF_nDP_n$ mit der Spitze P_n.
Zeichnen Sie die Pyramide $BE_1F_1DP_1$ für x = 5 und die zugehörige Pyramidenhöhe in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann das Volumen der Pyramide $BE_1F_1DP_1$. 4 P

Prüfungsdauer: **150 Minuten**

Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

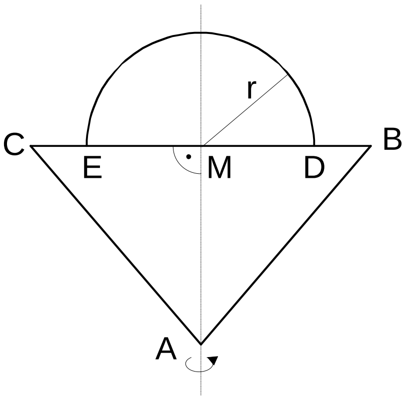
Mathematik II **Pflichtteil - Haupttermin** **Aufgabe P 1**

Name:________________________________ Vorname:________________________________

Klasse:______________ Platzziffer:______________ Punkte:________________

P 1 Nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt eines Rotationskörpers, der entsteht, wenn die Figur um ihre Symmetrieachse AM rotiert.

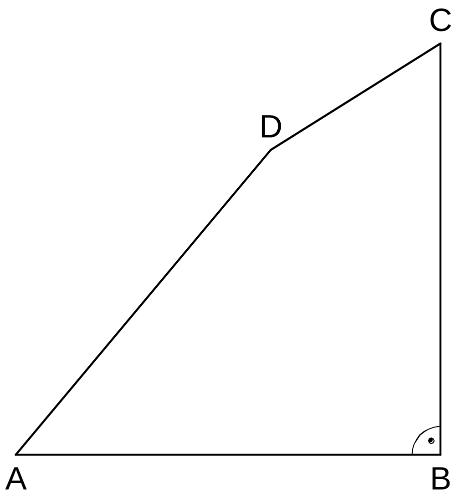
Es gilt: $\overline{AM} = 5{,}2\,\text{cm}$, $\sphericalangle ACM = 40{,}7°$ und $r = \overline{MD} = \overline{ME} = 3{,}4\,\text{cm}$.



Berechnen Sie den Oberflächeninhalt A des Rotationskörpers. (Auf eine Stelle nach dem Komma runden.) 5 P

P 2.0 Nebenstehende Skizze zeigt den Plan eines viereckigen Sandkastens für den neuen Gemeindekindergarten.
Es gelten folgende Maße:
$\overline{AB} = 7{,}50\,\text{m}$; $\overline{AD} = 7{,}00\,\text{m}$; $\sphericalangle BAD = 50°$;
$\sphericalangle CBA = 90°$; $\sphericalangle DCB = 58°$

Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in m und Flächeninhalte in m².



P 2.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD im Maßstab 1 : 100. 2 P

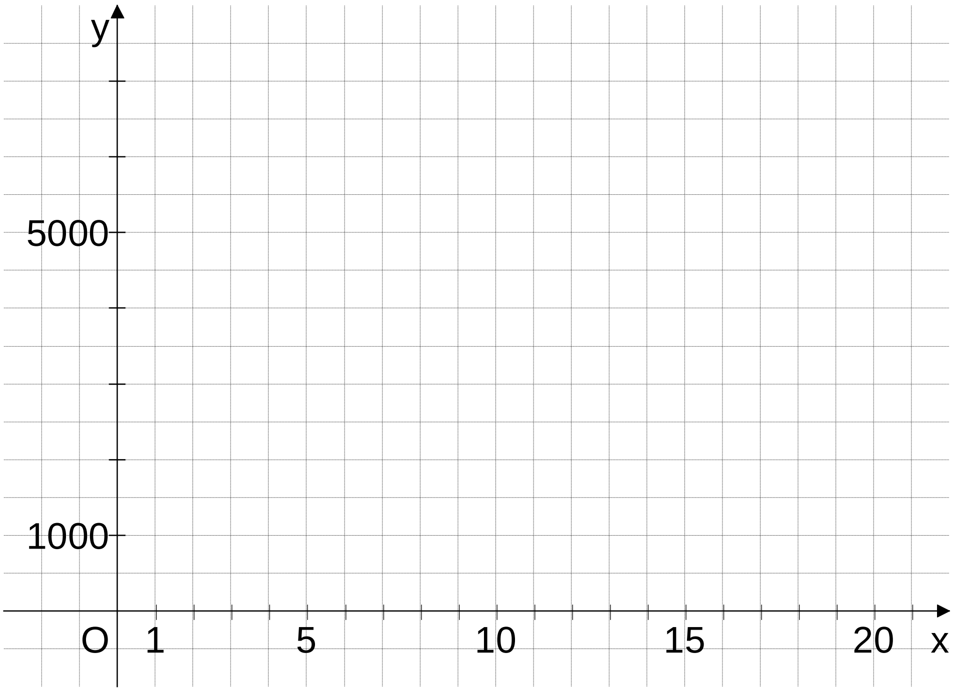
P 2.2 Zeigen Sie, dass für das Maß des Winkels DBA gilt: $\sphericalangle \mathrm{DBA} = 60{,}85°$.
[Teilergebnis: $\overline{\mathrm{BD}} = 6{,}14\ \mathrm{m}$] 2 P

P 2.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Sandkastens. 5 P

P 3.0 Ludwig ist am 26.06.1988 geboren. Seine in den USA lebende Oma schloss an diesem Tag für ihren Enkel einen Sparvertrag mit 20-jähriger Laufzeit und einer jährlichen Verzinsung von 6,5% ab. Als Anfangskapital zahlte sie 2000,00 \$ ein.
Sein Guthaben von y \$ nach x Jahren kann durch die Funktion
$f: y = 2000 \cdot 1{,}065^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ dargestellt werden.

P 3.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf Ganze gerundet.
Zeichnen Sie sodann den zugehörigen Graphen in das Koordinatensystem. 3 P

x	0	5	10	15	20
$2000 \cdot 1{,}065^x$					



P 3.2 Berechnen Sie das Guthaben, das Ludwig heute, an seinem 18. Geburtstag, auf dem Sparkonto hat. 1 P

P 3.3 Entnehmen Sie dem Graphen, wie viele Jahre nach Abschluss des Sparvertrags Ludwigs Guthaben 4500,00 \$ betrug. 1 P