

Mathematik II

Nachtermin

Aufgabe D 1

D 1.0 Die Parabel  $p_1$  hat die Gleichung  $y = -(x-3)^2 + 5$  mit  $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ . Die Parabel  $p_2$  hat den Scheitelpunkt  $S(5|8)$  und verläuft durch den Punkt  $Q(-3|-8)$ .

D 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung, dass sich die Gleichung der Parabel  $p_2$  wie folgt darstellen lässt:  $y = -0,25x^2 + 2,5x + 1,75$ .

Erstellen Sie für die Parabel  $p_2$  eine Wertetabelle für  $x \in [0; 10]$  in Schritten von  $\Delta x = 1$  und zeichnen Sie die Parabeln  $p_1$  und  $p_2$  in ein Koordinatensystem ein.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm;  $-1 \leq x \leq 11$ ;  $-2 \leq y \leq 12$

5 P

D 1.2 Punkte  $A_n(x | -x^2 + 6x - 4)$  und Punkte  $B_n$  liegen auf der Parabel  $p_1$ . Die Abszisse der Punkte  $B_n$  ist stets um 2 größer als die Abszisse  $x$  der Punkte  $A_n$ .

Bestätigen Sie durch Rechnung, dass sich die Koordinaten der Punkte  $B_n$  in Abhängigkeit von der Abszisse  $x$  der Punkte  $A_n$  folgendermaßen darstellen lassen:

$$B_n(x+2 | -x^2 + 2x + 4).$$

1 P

D 1.3 Die Punkte  $A_n$  und  $B_n$  auf der Parabel  $p_1$  sind zusammen mit Punkten  $C_n$  und  $D_n$  die Eckpunkte von Trapezen  $A_n B_n C_n D_n$ . Die Punkte  $D_n(x | -0,25x^2 + 2,5x + 1,75)$  liegen auf der Parabel  $p_2$  und haben dieselbe Abszisse  $x$  wie die Punkte  $A_n$  und es gilt:  $[A_n D_n] \parallel [B_n C_n]$  und  $\overline{B_n C_n} = 8 \text{ LE}$ .

Zeichnen Sie die Trapeze  $A_1 B_1 C_1 D_1$  für  $x = 2,5$  und  $A_2 B_2 C_2 D_2$  für  $x = 3,5$  in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

2 P

D 1.4 Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet das Winkelmaß  $\alpha$  des Winkels  $B_1 A_1 D_1$  des Trapezes  $A_1 B_1 C_1 D_1$ .

3 P

D 1.5 Bestimmen Sie, für welche Werte von  $x$  gilt:  $\overline{A_n D_n} = \overline{B_n C_n}$ . (Auf zwei Stellen nach den Komma runden.)

$$[\text{Teilergebnis: } \overline{A_n D_n}(x) = (0,75x^2 - 3,5x + 5,75) \text{ LE}]$$

3 P

D 1.6 Ermitteln Sie rechnerisch die kleinstmögliche Länge  $\overline{A_0 D_0}$  auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

Begründen Sie sodann, dass das zugehörige Trapez  $A_0 B_0 C_0 D_0$  den kleinstmöglichen Flächeninhalt hat.

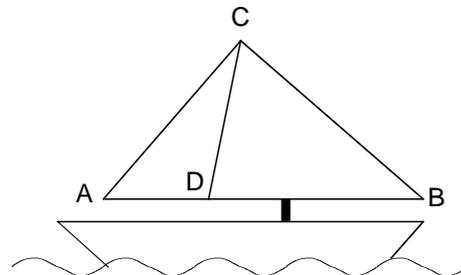
2 P

Mathematik II

Nachtermin

Aufgabe D 2

- D 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Segelschiff.  
Für die Maße des Dreieckssegels ABC gilt:  $\overline{AB} = 15,00$  m,  $\overline{AC} = 9,00$  m und  $\overline{BC} = 9,50$  m.



Hinweis für Berechnungen:  
Runden Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma: Winkelmaße in  $^{\circ}$ , Längen in m und Flächeninhalte in  $\text{m}^2$ .

- D 2.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC im Maßstab 1 : 100. Berechnen Sie das Maß  $\alpha$  des Winkels BAC, das Maß  $\beta$  des Winkels CBA und den Inhalt der Segelfläche ABC.  
[Teilergebnis:  $\alpha = 36,96^{\circ}$ ,  $\beta = 34,72^{\circ}$ ]

4 P

- D 2.2 Das Segeltuch kann bei starkem Wind in zwei dreieckige Teilsegel zerlegt werden. Der Teilungspunkt D der Strecke [AB] ist 5,00 m vom Punkt A entfernt. Die Punkte A, D und C legen die Dreiecksfläche ADC des abnehmbaren Teilsegels fest. Zeichnen Sie die Strecke [CD] in die Zeichnung zu 2.1 ein. Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [CD] und das Maß  $\varepsilon$  des Winkels DCB.

[Teilergebnis:  $\overline{CD} = 5,84$  m ;  $\varepsilon = 77,24^{\circ}$ ]

3 P

- D 2.3 Der Punkt C ist Mittelpunkt eines Kreises k, der die Seite [AB] im Punkt E berührt. Der Kreis k schneidet die Strecke [AC] im Punkt F, die Strecke [CD] im Punkt G und die Strecke [BC] im Punkt H. Zeichnen Sie den innerhalb des Dreiecks verlaufenden Teil des Kreises k sowie die Punkte E, F, G und H in die Zeichnung zu 2.1 ein.

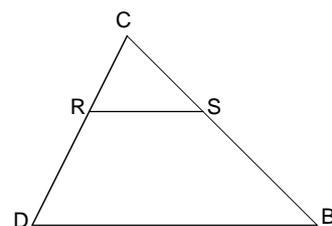
1 P

- D 2.4 Ein Sichtfenster wird so eingearbeitet, dass es vom Kreisbogen FG und den Strecken [AF], [AD] und [DG] begrenzt wird. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Sichtfensters und seinen prozentualen Anteil am Flächeninhalt des zugehörigen Teilsegels ADC.

[Teilergebnis:  $\overline{CE} = 5,41$  m]

4 P

- D 2.5 Das Teilsegel DBC kann von der Spitze C her bis zur Strecke [RS] eingerollt werden. Das verbleibende trapezförmige Restsegel DBSR mit den Grundlinien [BD] und [RS] hat eine Höhe von  $h = 4,00$  m. Zeichnen Sie das trapezförmige Restsegel DBRS in die Zeichnung zu 2.1 ein. Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt der einrollbaren Segelfläche.



3 P

**Mathematik II**

**Nachtermin**

**Aufgabe D 3**

D 3.0 Im Drachenviereck ABCD schneiden sich die Diagonalen [AC] und [BD] im Punkt M. Das Drachenviereck ABCD ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über M liegt.

Es gilt:  $\overline{AC} = 10 \text{ cm}$ ,  $\overline{MC} = 2,5 \text{ cm}$ ,  $\overline{BD} = 6 \text{ cm}$  und  $\overline{MS} = 9 \text{ cm}$

D 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.

Für die Zeichnung gilt:  $q = \frac{1}{2}$ ;  $\omega = 45^\circ$

Berechnen Sie sodann das Maß  $\alpha$  des Winkels MAS auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Teilergebnis:  $\alpha = 50,19^\circ$ ]

3 P

D 3.2 Die Punkte  $P_n \in [AS]$  mit  $\overline{P_n S} = x \text{ cm}$  sind die Spitzen von Pyramiden  $Q_n BDP_n$ , wobei die Punkte  $Q_n$  jeweils die Fußpunkte der Lote von  $P_n$  auf [AM] sind. Die Winkel  $P_n MA$  haben das Maß  $\varepsilon$ .

Zeichnen Sie die Pyramide  $Q_1 BDP_1$  mit  $x = 4$  in das Schrägbild zu 3.1 ein und ermitteln Sie rechnerisch, für welche Werte von  $x$  es Pyramiden  $Q_n BDP_n$  gibt.

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke  $[MP_1]$  und das Maß  $\varepsilon$  des Winkels  $P_1 MA$ . (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis:  $\overline{AS} = 11,72 \text{ cm}$ ;  $\overline{MP_1} = 6,46 \text{ cm}$ ]

4 P

D 3.3 Zeigen Sie, dass für das Volumen  $V(x)$  der Pyramiden  $Q_n BDP_n$  in Abhängigkeit von  $x$  gilt:  $V(x) = (-0,49x^2 + 5,76x) \text{ cm}^3$ . (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

4 P

D 3.4 Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide  $Q_1 BDP_1$  am Volumen der Pyramide ABCDS. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3 P

D 3.5 Unter den Pyramiden  $Q_n BDP_n$  gibt es eine Pyramide  $Q_0 BDP_0$ , bei der die Länge der Strecke  $[MP_n]$  minimal ist.

Berechnen Sie die Länge der Strecke  $[MP_0]$  und den zugehörigen Wert für  $x$ . (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

2 P