Abschlussprüfung 2003
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 1**

A 1.0 Die Gerade g_1 hat die Gleichung $y = \frac{1}{5}x - 4$ und die Gerade g_2 hat die Gleichung $y = -x + 8$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

A 1.1 Zeichnen Sie die Geraden g_1 und g_2 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 11$; $-5 \leqq y \leqq 9$ 1 P

A 1.2 Punkte $A_n(x \mid \frac{1}{5}x - 4)$ auf der Geraden g_1 und Punkte C_n auf der Geraden g_2 haben jeweils dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten B_n und D_n die Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$. Für die Diagonalen $[B_nD_n]$ gilt: $\overline{B_nD_n} = x$ LE mit $x \in]0; 10[$, $x \in \mathbb{R}$. Die Maßzahl x der Diagonalenlängen $\overline{B_nD_n}$ ist somit gleich der Abszisse x der Punkte A_n und C_n.
Zeichnen Sie die Raute $A_1B_1C_1D_1$ für x = 2 und die Raute $A_2B_2C_2D_2$ für x = 6 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

A 1.3 Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet, für welchen Wert von x die Raute $A_3B_3C_3D_3$ ein Quadrat ist.
[Teilergebnis: $\overline{A_nC_n}(x) = (-1{,}2x + 12)$ LE] 3 P

A 1.4 Unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ hat die Raute $A_0B_0C_0D_0$ den größten Flächeninhalt.
Berechnen Sie diesen größten Flächeninhalt A_{max}. 3 P

A 1.5 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Seitenlänge $\overline{A_nB_n}(x)$ der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n wie folgt darstellen lässt: $\overline{A_nB_n}(x) = \sqrt{0{,}61x^2 - 7{,}2x + 36}$ LE
Weisen Sie sodann rechnerisch nach, dass es unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ keine Raute mit der Seitenlänge 3 LE gibt. 5 P

A 1.6 Einer der Graphen in den untenstehenden Diagrammen a, b und c stellt die Seitenlängen $\overline{A_nB_n}(x) = y$ LE in Abhängigkeit von x dar. Geben Sie das zugehörige Diagramm an und begründen Sie Ihre Auswahl.

Diagramm a

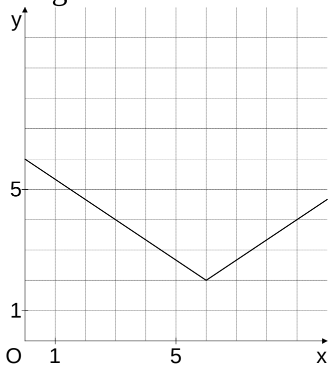


Diagramm b

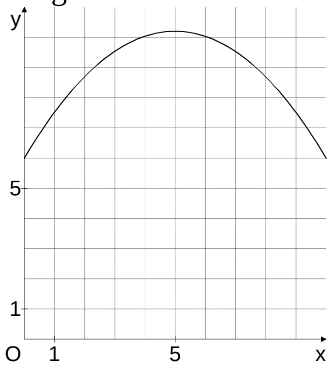
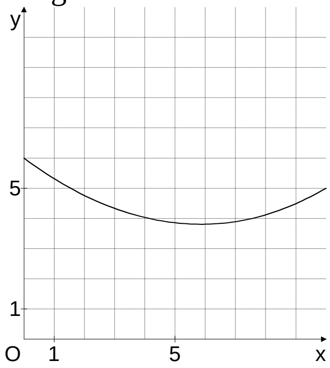


Diagramm c



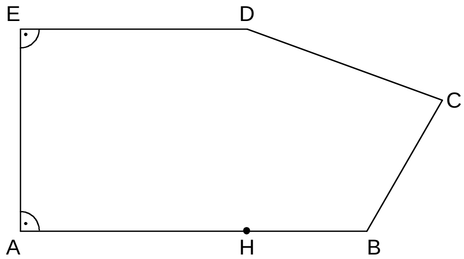
2 P

Abschlussprüfung 2003

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Nebenstehende Skizze zeigt den Plan eines Grundstücks auf dem ein Freizeitgelände für Kinder angelegt werden soll. Das Grundstück ABCDE hat die Form eines Fünfecks. Auf der Seite [AB] befindet sich im Punkt H ein Hydrant.



Es gelten folgende Maße:

$\overline{BC} = 40{,}0\,m$; $\overline{CD} = 55{,}0\,m$; $\overline{DE} = 60{,}0\,m$; $\overline{AH} = 60{,}0\,m$

$\sphericalangle DCB = 80°$; $\sphericalangle EDC = 160°$; $\sphericalangle AED = 90°$; $\sphericalangle BAE = 90°$; $\sphericalangle BHD = 90°$

Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf eine Stelle nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in m, Flächeninhalte in m² und Volumina in m³.

A 2.1 Zeichnen Sie das Fünfeck ABCDE und den Punkt H in einem geeigneten Maßstab. Geben Sie den gewählten Maßstab an. 2 P

A 2.2 Auf der dreieckigen Teilfläche BCD soll ein Geräteparcours entstehen. Dazu wird die Teilfläche 30 cm tief ausgegraben und mit Sand gefüllt.
Wie viele Tonnen Sand müssen angeliefert werden, wenn ein Kubikmeter Sand die Masse von 1,5 t hat? 2 P

A 2.3 Angrenzend an den Geräteparcours wird eine Rasenfläche in Form eines Kreissektors mit dem Mittelpunkt B und dem Radius $\overline{BD}$ angelegt.
Der Kreis um B mit dem Radius $\overline{BD}$ schneidet die Seite [AB] im Punkt F.
Tragen Sie den Kreissektor BDF in die Zeichnung zu 2.1 ein und berechnen Sie den Flächeninhalt der Rasenfläche.
[Teilergebnisse: $\overline{BD} = 62{,}1\,m$; $\sphericalangle DBF = 59{,}4°$] 4 P

A 2.4 Die restliche Grundstücksfläche wird als Wasser-Matsch-Zone ausgewiesen. Ermitteln Sie rechnerisch den prozentualen Anteil dieser Wasser-Matsch-Zone an der gesamten Grundstücksfläche.
[Teilergebnis: $\overline{DH} = 53{,}5\,m$] 4 P

A 2.5 In einem Punkt M innerhalb der Wasser-Matsch-Zone wird eine Wasserfontäne angebracht, die bei maximalem Wasserdruck eine kreisförmige Fläche mit dem Durchmesser 30,0 m besprüht. Dieser Kreis um M berührt die Seite [AE] im Punkt G und die Seite [ED] im Punkt K.
Zeichnen Sie die Punkte M, G und K in die Zeichnung zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann die Länge der Wasserzuleitung [HM]. 3 P

Abschlussprüfung 2003

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 3**

A 3.0 Das Quadrat ABCD mit der Diagonalenlänge 10 cm ist die Grundfläche einer geraden Pyramide ABCDS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M und es gilt $\overline{MS} = 12\text{ cm}$.

A 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 60°$

Berechnen Sie sodann das Maß γ des Winkels SCA auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und die Länge der Strecke [CS].

[Teilergebnisse: $\gamma = 67{,}38°$; $\overline{CS} = 13\text{cm}$] 4 P

A 3.2 Auf der Seitenkante [CS] liegen Punkte R_n mit $\overline{CR_n} = x\text{ cm}$ $(0 < x < 8;\ x \in \mathbb{R})$.
Sie sind zusammen mit den Punkten B und D die Eckpunkte von Dreiecken BR_nD.
Zeichnen Sie für $x = 3$ das Dreieck BR_1D in das Schrägbild zu 3.1 ein und berechnen Sie sodann das Maß δ des Winkels CMR_1. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

A 3.3 Auf [MS] liegen Punkte T_n, für die gilt: $\overline{MT_n} = 1{,}5x\text{ cm}$. Die Dreiecke BDT_n sind die Grundflächen von Pyramiden BDT_nR_n mit den Pyramidenspitzen R_n und den Höhenfußpunkten F_n.
Zeichnen Sie für $x = 3$ die Pyramide BDT_1R_1 und ihre Höhe $[F_1R_1]$ in das Schrägbild zu 3.1 ein. 1 P

A 3.4 Bestimmen Sie das Volumen V(x) der Pyramiden BDT_nR_n in Abhängigkeit von x.
Ermitteln Sie sodann den Wert von x, für den sich die Pyramide BDT_0R_0 mit dem größtmöglichen Volumen V_{max} ergibt. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\overline{F_nR_n}(x) = (-0{,}38x + 5)\text{ cm}$] 4 P

A 3.5 Bei der Pyramide BDT_2R_2 ist der Flächeninhalt der Dreiecke BDT_2 und BR_2D gleich groß.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\overline{MR_n}(x) = \sqrt{x^2 - 3{,}85x + 25}\text{ cm}$] 4 P

Abschlussprüfung 2003
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Die Parabel p hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Die Parabel p verläuft durch den Punkt R(–2|–2,5).

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung des Wertes für a, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0{,}125x^2 + x$ hat.
Erstellen Sie für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [-4; 10]$ in Schritten von $\Delta x = 2$ und zeichnen Sie die Parabel p in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 11$; $-11 \leqq y \leqq 3$ 3 P

B 1.2 Punkte $A_n\left(x \middle| -0{,}125x^2 + x\right)$ und Punkte D_n liegen auf der Parabel p und sind für $x < 5$ $(x \in \mathbb{R})$ zusammen mit Punkten B_n und C_n die Eckpunkte von Trapezen $A_nB_nC_nD_n$. Die Abszisse der Punkte D_n ist stets um 4 größer als die Abszisse x der Punkte A_n. Die parallelen Grundseiten der Trapeze sind $[A_nB_n]$ und $[C_nD_n]$.
Dabei gilt: $\overrightarrow{A_nB_n} = \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{D_nC_n} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -3$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 2$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B.1.3 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass sich die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n folgendermaßen darstellen lassen: $D_n(x + 4 \mid -0{,}125x^2 + 2)$. 1 P

B 1.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Seitenlänge $\overline{B_nC_n}(x)$ aller Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n wie folgt darstellen lässt: $\overline{B_nC_n}(x) = (5 - x)$ LE. 3 P

B 1.5 Das Trapez $A_3B_3C_3D_3$ ist gleichschenklig.
Ermitteln Sie durch Rechnung die x-Koordinate des Punkte A_3. 4 P

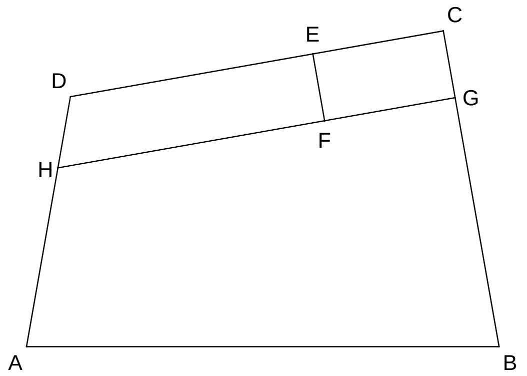
B 1.6 Im Trapez $A_4B_4C_4D_4$ hat der Winkel $B_4A_4D_4$ das Maß 90°.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes A_4. 3 P

Abschlussprüfung 2003

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Gegeben ist das Viereck ABCD mit
$\overline{AD} = 6,7\text{ cm}$, $\overline{DC} = 10,0\text{ cm}$,
$\sphericalangle BAD = 80°$, $\sphericalangle ADC = 110°$ und
$\sphericalangle DCB = 90°$,



Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf eine Stelle nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in cm bzw. m, Flächeninhalte in cm² bzw. m².

B 2.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD und berechnen Sie die Länge der Diagonalen [AC], sowie das Maß φ des Winkels CAD.
[Teilergebnisse: $\overline{AC} = 13,8\text{ cm}$, $\varphi = 42,9°$] 3 P

B 2.2 Zeichnen Sie das Rechteck CEFG mit E ∈ [DC], F ∈ [AC], G ∈ [BC] mit $\overline{EC} = 3,5\text{ cm}$ in die Zeichnung zu 2.1 ein und berechnen Sie die Länge der Strecke [EF].
[Teilergebnis: $\overline{EF} = 1,8\text{ cm}$] 2 P

B 2.3 Die Verlängerung der Strecke [FG] über F hinaus schneidet die Seite [AD] im Punkt H.
Berechnen Sie den Flächeninhalt A_{HFED} des Vierecks HFED. 4 P

B 2.4 Das Viereck ABCD stellt den Plan eines Grundstücks im Maßstab 1:100 dar.
Dabei ist das Rechteck CEFG der Grundriss eines Schafstalles, das Viereck HFED der eines Gemüsegartens und das Viereck ABGH der einer Viehweide.
Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Strecke [FG]. Die Strecke [HF] markiert den Verlauf eines Zaunes zwischen Viehweide und Gemüsegarten.
An der Stelle M wird ein Schaf so mit einem Strick angebunden, dass es alles Fressbare bis zu einer Entfernung von 3,0 m erreichen kann.
Zeichnen Sie in die Zeichnung zu 2.1 den Bereich der Weide ein, den das Schaf abgrasen kann und berechnen Sie sodann seinen Flächeninhalt A_{Weide} in Quadratmetern. 4 P

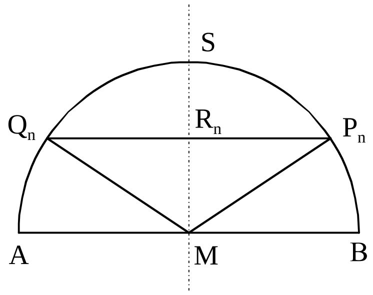
B 2.5 Ermitteln Sie rechnerisch den Flächeninhalt des Gemüsegartenteils, den das Schaf abweiden kann, wenn der Zaun entfernt wird. 2 P

Abschlussprüfung 2003

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 3**

B 3.0 Die Strecke [AB] mit $\overline{AB} = 14\,\text{cm}$ und der Halbkreisbogen BA um den Mittelpunkt M der Strecke [AB] begrenzen eine Figur.
Die Symmetrieachse dieser Figur schneidet den Halbkreisbogen BA im Punkt S, Parallelen zu AB schneiden den Halbkreisbogen BA in den Punkten P_n und Q_n.
Die Punkte P_n und Q_n und der Punkt M sind die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken P_nQ_nM mit der Basis $[P_nQ_n]$ und der zugehörigen Höhe $[MR_n]$ (siehe nebenstehende Skizze).



B 3.1 Zeichnen Sie die in 3.0 beschriebene Figur mit ihrer Symmetrieachse MS und die Parallele P_1Q_1 im Abstand $\overline{MR_1} = 4\,\text{cm}$. 1 P

B 3.2 Berechnen Sie, um wie viel Prozent der Kreisbogen P_1Q_1 länger ist als die Strecke $[P_1Q_1]$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

B 3.3 Unter den gleichschenkligen Dreiecken P_nQ_nM gibt es ein gleichseitiges Dreieck P_2Q_2M.
Zeichnen Sie das Dreieck P_2Q_2M in die Zeichnung zu 3.1 ein.
Berechnen Sie den Flächeninhalt der von der Strecke $[P_2Q_2]$ und dem Kreisbogen P_2Q_2 begrenzten Fläche. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

B 3.4 Die von der Strecke [AB] und dem Kreisbogen BA begrenzte Figur und die Dreiecke P_nQ_nM rotieren um die Symmetrieachse MS.
Berechnen Sie den Oberflächeninhalt der Halbkugel.
Die durch die Rotation entstehenden Kegel haben den Grundkreisradius $\overline{P_nR_n} = x\,\text{cm}$ mit $0 < x < 7;\ x \in \mathbb{R}$.
Zeigen Sie, dass sich der Oberflächeninhalt A(x) der Kegel in Abhängigkeit von x wie folgt darstellen lässt: $A(x) = \pi \cdot (x^2 + 7x)\,\text{cm}^2$ 3 P

B 3.5 Berechnen Sie die Belegung für x auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet, für die der Oberflächeninhalt A(x) des zugehörigen Kegels halb so groß ist wie der Oberflächeninhalt der Halbkugel. 3 P

B 3.6 Berechnen Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet den Grundkreisradius $\overline{P_3R_3}$ und den Oberflächeninhalt A_3 für denjenigen Kegel, bei dem im Axialschnitt P_3Q_3M das Maß des Winkels P_3MQ_3 130° beträgt. 2 P