Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 1**

A 1.0 Die Parabel p hat eine Gleichung der Form $y = -0{,}25x^2 + bx + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $b, c \in \mathbb{R}$. Die Parabel p verläuft durch die Punkte A(–1|2) und Q(9|–3). Der Punkt B(1|–3) liegt auf der Geraden g mit der Gleichung $y = 0{,}25x - 3{,}25$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

A 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0{,}25x^2 + 1{,}5x + 3{,}75$ hat.
Ermitteln Sie sodann die Koordinaten des Scheitelpunktes S der Parabel p und zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g im Bereich von $-3 \leqq x \leqq 9$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 10$; $-5 \leqq y \leqq 7$

A 1.2 Die Punkte A(–1|2) und B(1|–3) sind zusammen mit Punkten $C_n\left(x \middle| 0{,}25x - 3{,}25\right)$ auf der Geraden g und Punkten D_n auf der Parabel p die Eckpunkte von Vierecken ABC_nD_n. Die Punkte C_n und D_n haben jeweils dieselbe Abszisse x.
Zeichnen Sie das Viereck ABC_1D_1 für x = 3,5 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein und entnehmen Sie der Zeichnung, für welche Werte von x Vierecke ABC_nD_n existieren.

A 1.3 Die Längen $\overline{C_nD_n}(x)$ der Seiten $[C_nD_n]$ hängen von der Abszisse x der Punkte C_n ab.
Zeigen Sie, dass man $\overline{C_nD_n}(x)$ wie folgt darstellen kann:

$$\overline{C_nD_n}(x) = (-0{,}25x^2 + 1{,}25x + 7)\ \text{LE}.$$

Ermitteln Sie sodann rechnerisch die größtmögliche Länge $\overline{C_0D_0}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

A 1.4 Der allen Vierecken ABC_nD_n gemeinsame Winkel C_nBA hat das Maß β.
Berechnen Sie β. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Ergebnis: $\beta = 97{,}76°$]

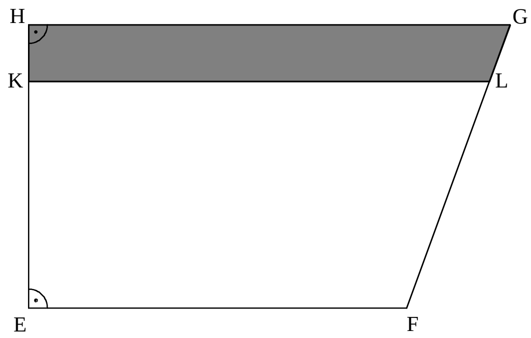
A 1.5 Im Viereck ABC_2D_2 halbiert die Diagonale $[BD_2]$ den Winkel C_2BA.
Zeichnen Sie das Viereck ABC_2D_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Ermitteln Sie sodann durch Rechnung die Gleichung der Geraden BD_2 und berechnen Sie die Koordinaten von D_2. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: BD_2 mit $y = 1{,}96x - 4{,}96$]

Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Nebenstehende Skizze zeigt den Plan eines Gartens. Die Gartenfläche hat die Form eines Trapezes EFGH mit folgenden Maßen: $\overline{EF} = 20{,}0\text{ m}$, $\overline{EH} = 15{,}0\text{ m}$, $\sphericalangle FEH = 90°$, $\sphericalangle EHG = 90°$ und $\sphericalangle GFE = 110°$.



Hinweis für die Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf eine Stelle nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in m, Flächeninhalte in m²

A 2.1 Zeichnen Sie das Trapez EFGH im Maßstab 1:200.

A 2.2 An der von der Strecke [HG] begrenzten Seite des Gartens wird ein 3,0 m breiter Streifen mit Sträuchern bepflanzt. Die Strecke [KL] im Plan stellt eine Begrenzung des Sträucherbeetes dar.
Zeichnen Sie die Strecke [KL] in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie die Länge der Beetbegrenzung [KL].
[Teilergebnis: $\overline{KL} = 24{,}3\text{ m}$]

A 2.3 An der von der Strecke [FL] begrenzten Seite des Gartens wird eine 1,8 m hohe Schilfrohrmatte als Sichtschutz angebracht.
Berechnen Sie die Länge der Sichtschutzmatte.

A 2.4 Im Garten wird eine gepflasterte Terrasse eingeplant. Dazu wird ein Punkt M auf der Strecke [EF] mit $\overline{FM} = 6{,}0\text{ m}$ als Kreismittelpunkt markiert. Der Kreis um M mit dem Radius 8,0 m schneidet die Strecke [FL] im Punkt P und die Strecke [EF] im Punkt Q. Die Terrasse wird vom Kreisbogen PQ und den Strecken [QF] und [FP] begrenzt.
Zeichnen Sie den Punkt M und den Kreisbogen PQ in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Von E nach P soll ein Abwasserrohr verlegt werden.
Zeichnen Sie die Strecke [EP] in die Zeichnung zu 2.1 ein und berechnen Sie die Länge der Strecke [EP].
[Teilergebnis: $\sphericalangle MPF = 44{,}8°$]

A 2.5 Auf der noch nicht durch Sträucher und Terrasse verplanten Gartenfläche wird Fertigrasen verlegt.
Berechnen Sie die Kosten K, wenn der Gärtner 19,99 € pro verlegten Quadratmeter Fertigrasen verlangt.

Abschlussprüfung 2002
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 3**

A 3.0 Im gleichschenkligen Dreieck ABC ist D der Mittelpunkt der Basis [BC] mit $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$ und $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$. Das Dreieck ABC ist die Grundfläche der Pyramide ABCS mit der Höhe $\overline{DS} = 7\,\text{cm}$.

A 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei [AD] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$
Berechnen Sie sodann das Maß α des Winkels DAS und die Länge der Strecke [AS] jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnisse: $\alpha = 34{,}99°$; $\overline{AS} = 12{,}21\,\text{cm}$]

A 3.2 Die Strecke [QR] ist parallel zu [BC], wobei der Punkt Q auf [AB] und der Punkt R auf [AC] liegt. Der Punkt T ist der Mittelpunkt der Strecke [QR] und es gilt: $\overline{DT} = 3{,}5\,\text{cm}$.
Zeichnen Sie die Strecke [QR] in das Schrägbild zu 3.1 ein und berechnen Sie ihre Länge.
[Ergebnis: $\overline{QR} = 5{,}2\,\text{cm}$]

A 3.3 Auf der Strecke [AS] liegen Punkte P_n mit $\overline{P_nS} = x\,\text{cm}$ für $x < 12{,}21$ und $x \in \mathbb{R}_0^+$.
Die Punkte P_n bilden zusammen mit den Punkten Q und R Dreiecke P_nQR.
Zeichnen Sie das Dreieck P_1QR für $x = 2{,}5$ in das Schrägbild zu 3.1 ein und bestimmen Sie durch Rechnung das Maß φ des Winkels P_1TA. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

A 3.4 Das Dreieck QDR ist die Grundfläche der Pyramiden $QDRP_n$.
Zeichnen Sie die Pyramide $QDRP_1$ und ihre Höhe in das Schrägbild zu 3.1 ein.
Ermitteln Sie das Volumen V(x) der Pyramiden $QDRP_n$ in Abhängigkeit von x. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $V(x) = (-1{,}73x + 21{,}23)\,\text{cm}^3$]

A 3.5 Ermitteln Sie, für welche Werte von x das Volumen der Pyramiden $QDRP_n$ mehr als 20% des Volumens der Pyramide ABCS beträgt. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Die Parabel p hat die Gleichung $y = 0,2x^2 - 2,4x + 9,2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Die Gerade g hat die Gleichung $y = 0,25x + 6,5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Erstellen Sie für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [0;13]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 14$; $-1 \leqq y \leqq 12$

B 1.2 Die Punkte $A_n(x \,|\, 0,2x^2 - 2,4x + 9,2)$ auf der Parabel p und die Punkte $D_n(x \,|\, 0,25x + 6,5)$ auf der Geraden g haben jeweils dieselbe Abszisse x. Die Punkte B_n, deren Abszisse stets um 2 größer ist als die Abszisse x der Punkte A_n, liegen ebenfalls auf der Parabel p. Die Punkte A_n, B_n und D_n sind zusammen mit Punkten C_n für $x \in]1,11; 12,14[$, $x \in \mathbb{R}$ die Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$.

Zeichnen Sie das Parallelogramm $A_1B_1C_1D_1$ für x = 3,5 und das Parallelogramm $A_2B_2C_2D_2$ für x = 8 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

B 1.3 Berechnen Sie das Maß α des Winkels $B_1A_1D_1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

B 1.4 Zeigen Sie, dass für die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $B_n(x + 2 \,|\, 0,2x^2 - 1,6x + 5,2)$.

B 1.5 Stellen Sie den Flächeninhalt A(x) der Parallelogramme $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n dar.

Berechnen Sie sodann die x-Werte, für die man Parallelogramme erhält, deren Flächeninhalt $\frac{3}{7}$ vom größtmöglichen Flächeninhalt ist. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $A(x) = (-0,4x^2 + 5,3x - 5,4)$ FE]

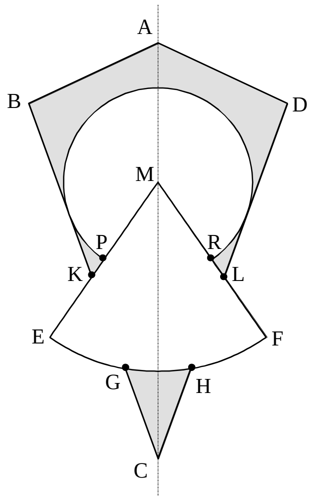
B 1.6 Unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ gibt es ein Parallelogramm $A_3B_3C_3D_3$, dessen Seite $[A_3B_3]$ parallel zur Geraden g ist. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Entwurf für einen Designerspiegel der Firma Holz & Wurm. Der Holzhintergrund hat die Form des Drachenvierecks ABCD mit der Symmetrieachse AC. Der Kreisbogen $\overset{\frown}{RP}$, die Strecke [PE], der Kreisbogen $\overset{\frown}{EF}$ und die Strecke [FR] begrenzen die verspiegelte Fläche.



Für das Drachenviereck ABCD gilt:

$\overline{AC} = 110{,}0\text{ cm}$; $\overline{BC} = 100{,}0\text{ cm}$ und $\sphericalangle DCB = 40{,}0°$

Hinweis für die Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf eine Stelle nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in cm, Flächeninhalte in cm²

B 2.1 Zeichnen Sie das Drachenviereck ABCD im Maßstab 1:10.
Berechnen Sie die Länge der Seite [AB] und das Maß α des Winkels BAD.
[Teilergebnis: $\overline{AB} = 37{,}8\text{ cm}$]

B 2.2 Der Kreisbogen $\overset{\frown}{RP}$ ist Teil des Kreises k_1 mit dem Radius $r_1 = 25{,}0$ cm. Der Kreis k_1 berührt die Seiten [BC] und [CD], sein Mittelpunkt M liegt auf der Symmetrieachse AC.
Zeichnen Sie den Kreis k_1 in die Zeichnung zu 2.1 ein und berechnen Sie die Länge der Strecke [MC].
[Teilergebnis: $\overline{MC} = 73{,}1\text{ cm}$]

B 2.3 Der Kreisbogen $\overset{\frown}{EF}$ ist Teil des Kreises k_2 mit dem Mittelpunkt M und dem Radius $r_2 = 50{,}0$ cm. Der zur Symmetrieachse AC symmetrische Kreissektor MEF hat den Flächeninhalt $A_{MEF} = 1530{,}0$ cm².
Berechnen Sie das Maß φ des Winkels EMF und zeichnen Sie den Kreissektor MEF in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels GMH.
[Teilergebnisse: $\varphi = 70{,}1°$; $\sphericalangle GMH = 20{,}0°$]

B 2.4 Die Teile der Spiegelfläche ohne Holzhintergrund sollen eine Verstärkung auf ihrer Rückseite erhalten.
Berechnen Sie den Flächeninhalt der Teile der Spiegelfläche, die über das Drachenviereck aus Holz hinausragen.
[Teilergebnis: $\overline{ML} = 30{,}5\text{ cm}$]

Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 3**

B 3.0 Die Raute ABCD mit den Diagonalenlängen $\overline{AC} = 12\text{ cm}$ und $\overline{BD} = 10\text{ cm}$ ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M der Grundfläche mit $\overline{MS} = 10\text{ cm}$.

B 3.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

Berechnen Sie sodann das Maß α des Winkels MAS und die Länge der Strecke [AS] jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Teilergebnis: $\alpha = 59{,}04°$, $\overline{AS} = 11{,}66\text{ cm}$]

B 3.2 Die Punkte $P_n \in$ [AS], $Q_n \in$ [BS], $R_n \in$ [CS] und $T_n \in$ [DS] sind die Eckpunkte von Rauten $P_nQ_nR_nT_n$. Ihre Diagonalen [P_nR_n] und [Q_nT_n] verlaufen jeweils parallel zu den Diagonalen [AC] und [BD] und schneiden sich in den Punkten L_n. Es gilt: $\overline{P_nS} = x\text{ cm}$.

Die Punkte P_n, Q_n, R_n, T_n und M legen Pyramiden $P_nQ_nR_nT_nM$ fest.

Zeichnen Sie die Pyramide $P_1Q_1R_1T_1M$ für x = 4 in die Zeichnung zu 3.1 ein.

Geben Sie an, für welche Werte von x es Pyramiden $P_nQ_nR_nT_nM$ gibt.

B 3.3 Berechnen Sie das Volumen V_1 der Pyramide $P_1Q_1R_1T_1M$ und sodann den prozentualen Anteil von V_1 am Volumen V der Pyramide ABCDS. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

B 3.4 Die Seitenkante [P_2M] der Pyramide $P_2Q_2R_2T_2M$ schließt mit der Grundfläche ABCD der Pyramide ABCDS den Winkel P_2MA mit dem Maß $\varepsilon = 55°$ ein.

Berechnen Sie die Länge der Seitenkante [P_2M]. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

B 3.5 In der Pyramide $P_0Q_0R_0T_0M$ ist die Länge der Seitenkante [P_0M] minimal.

Berechnen Sie $\overline{P_0M}$ und den dazugehörigen Wert für x. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)