1.0 Gegeben sind die Funktionen f_1 mit der Gleichung $y = -0{,}25x^2 + 1{,}5x - 0{,}25$ und f_2 mit $y = -0{,}5x + 6$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$). Der Graph zu f_1 ist die Parabel p, der Graph zu f_2 ist die Gerade g.

1.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes S der Parabel p.

Tabellarisieren Sie sodann f_1 für $-3 \leq x \leq 7$ in Schritten von $\Delta x = 1$, und zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-7 \leq x \leq 8$; $-8 \leq y \leq 9$

1.2 Die Punkte $A_n(x|-0{,}25x^2 + 1{,}5x - 0{,}25)$ auf der Parabel p und die Punkte B_n auf der Geraden g sind Eckpunkte von gleichschenkligen Trapezen $A_nB_nC_nD_n$ mit $[A_nB_n] \parallel [C_nD_n]$.

Die Eckpunkte A_n und B_n haben jeweils dieselbe Abszisse x. Die Seiten $[C_nD_n]$ und die Trapezhöhen sind jeweils 4 LE lang.

Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 3$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

1.3 Berechnen Sie das Maß γ des Winkels $D_2C_2B_2$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

1.4 Weisen Sie durch Rechnung nach, daß für den Flächeninhalt A(x) der Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:

$A(x) = (0{,}5x^2 - 4x + 20{,}5)$FE.

1.5 Unter den Trapezen $A_nB_nC_nD_n$ besitzt das Trapez $A_0B_0C_0D_0$ den kleinstmöglichen Flächeninhalt A_{min}.

Berchnen Sie die x-Koordinate des Punktes A_0, und geben Sie A_{min} an.

1.6 Unter den Trapezen $A_nB_nC_nD_n$ gibt es zwei Quadrate $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$.

Berechnen Sie die zugehörigen Werte für x auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

2.0 Gegeben sind die Punkte A(0|0) und C(3|4). Die Gerade g mit der Gleichung $y = -x + 7$ verläuft durch den Punkt C und schneidet die x-Achse im Punkt D.

2.1 Zeichnen Sie die Strecke [AC] und die Gerade g in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leq x \leq 12$; $-7 \leq y \leq 8$

Begründen Sie, daß der Winkel CDA das Maß 45° besitzt.

2.2 Der Punkt B auf der Geraden g ist Eckpunkt des Dreiecks ABC mit $\overline{CB} = 10$ LE.

Zeichnen Sie das Dreieck ABC in das Koordinatensystem zu 2.1 ein. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Ergebnis: B(10,07|–3,07)]

2.3 Berechnen Sie das Maß β des Winkels CBA, zeichnen Sie den Umkreis des Dreiecks ABC in das Koordinatensystem zu 2.1 ein, und berechnen Sie sodann den Radius r des Umkreises. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\beta = 28{,}04°$; $r = 5{,}32$ LE]

2.4 Ermitteln Sie rechnerisch den Flächeninhalt A der Figur, die von der Strecke [CB] und dem Kreisbogen $\overset{\frown}{BC}$ begrenzt wird.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.0 Das Rechteck ABCD hat die Seitenlängen $\overline{AB}$ = 6 cm und $\overline{BC}$ = 4 cm.

Der Punkt M ist der Mittelpunkt von [AB]. Die Rechteckseite [AB] wird über A und B hinaus jeweils um x cm ($x \in \mathbb{R}^+$) verlängert.

Dabei gilt: $\overline{AA_n} = \overline{BB_n}$ = x cm. Die Halbgeraden [A_nD und [B_nC schneiden sich in den Punkten R_n. Die Punkte R_n sind zusammen mit den Punkten A_n und B_n die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken $A_nB_nR_n$.

3.1 Zeichnen Sie das Rechteck ABCD zusammen mit dem Dreieck $A_1B_1R_1$ für x = 3.

Berechnen Sie sodann das Maß α_1 des Winkels $B_1A_1R_1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Ergebnis: $\alpha_1 = 53{,}13°$]

3.2 Durch Rotation der Dreiecke $A_nB_nR_n$ um Mr_n als Achse entstehen Kegel K_n.

Dem Kegel K_1 für x = 3 wird eine Kugel einbeschrieben.

Tragen Sie den Axialschnitt der Kugel in die Zeichnung zu 3.1 ein.

Berechnen Sie sodann das Kugelvolumen.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.3 Zeigen Sie, daß für die Höhen $\overline{MR_n}(x)$ der Kegel K_n in Abhängigkeit von x gilt: $\overline{MR_n}(x) = \left(4 + \frac{12}{x}\right)$ cm.

Berechnen Sie sodann die Höhe $\overline{MR_2}$ des Kegels K_2, dessen Öffnungswinkel $A_2R_2B_2$ das Maß 90° besitzt.

3.4 Beim Kegel K_3 hat der Punkt M von der Mantellinie [A_3R_3] den Abstand $\overline{MD}$ = 5 cm. Zeichnen Sie den Axialschnitt des Kegels K_3 in die Zeichnung zu 3.1 ein. Berechnen Sie sodann den zugehörigen Wert für x.

1.0 Die Parabeln p_1 und p_2 sind die Graphen der Funktionen f_1 mit $y = x^2 - 4x + 1$ und f_2 mit $y = 0{,}25x^2 - x + 4$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

1.1 Bestimmen sie rechnerisch die Koordinaten des Scheitelpunktes S_1 der Parabel p_1.

Tabellarisieren Sie die Funktion f_2 für $-2 \le x \le 6$ in Schritten von $\Delta x = 1$, und zeichnen Sie sodann die Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \le x \le 7$; $-4 \le y \le 8$

1.2 Punkte $P_n(x|x^2 - 4x + 1)$ auf der Parabelk p_1 und Punkte $Q_n(2x|\ldots)$ auf der Parabel p_2 sind jeweils die Endpunkte von Strecken $[P_nQ_n]$.

Zeichnen Sie die Strecken $[P_1Q_1]$ für x = 1,5 und $[P_2Q_2]$ für x = –0,5 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein, und berechnen sie sodann die Streckenlänge $\overline{P_1Q_1}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

1.3 Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte Q_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte P_n.

[Ergebnis: $Q_n(2x|x^2 - 2x + 4)$]

1.4 Zeigen Sie, daß man für die Streckenlänge $\overline{P_nQ_n}(x)$ in Abhängigkeit von x erhält: $\overline{P_nQ_n}(x) = \sqrt{5x^2 + 12x + 9}$ LE.

1.5 Die Streckenlängen $\overline{P_nQ_n}$ sind die Durchmesser von Kreisen k_n.

Zeichnen Sie die Kreise k_1 und k_2 mit den Durchmessern $\overline{P_1Q_1}$ und $\overline{P_2Q_2}$ aus 1.2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

Unter den Kreisen k_n gibt es einen Kreis k_0 mit minimalem Flächeninhalt A_{min}. Berechnen Sie A_{min}. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

1.6 Unter den Kreisen k_n besitzt einer den Umfang $\sqrt{1{,}8} \bullet \pi$ LE.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x.

2.0 Das Rechteck ABCD mit $\overline{AB}$ = 5 cm und $\overline{AD}$ = 8 cm ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über A mit $\overline{AS}$ = 12 cm liegt.

2.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS. Dabei soll [AB] auf der Schrägbildachse liegen.

Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

Berechnen Sie sodann die Kantenlänge $\overline{BS}$.

[Teilergebnis: $\overline{BS}$ = 13 cm]

2.2 Die Punkte B_n sind Endpunkte von Strecken $[AB_n]$, die durch Verlängerung der Strecke [AB] um x cm über B hinaus entstehen. Punkte P_n auf [BS] mit $\overline{SP_n}$ = x cm sind die Spizen von neuen Pyramiden AB_nCDP_n.

Es gilt $0 < x < 13$ und $x \in \mathbb{R}^+$.

Zeichnen Sie die Pyramide AB_1CDP_1 für x = 4 in das Schrägbild zu 2.1 ein.

2.3 Die Pyramiden AB_nCDP_n besitzen jeweils die Höhe $[P_nH_n]$.

Zeichnen Sie die Höhe $[P_1H_1]$ derPyramide AB_1CDP_1 in das Schrägbild zu 2.1 ein, und ermitteln Sie sodann rechnerisch $\overline{P_nH_n}(x)$ in Abhängigkeit von x.

[Teilergebnis: $\overline{P_nH_n}(x) = \frac{12}{13} \bullet (13 - x)$ cm]

2.4 Berechnen Sie in der Pyramide AB_1CDP_1 das Maß φ des Neigungswinkels P_1CH_1 der Seitenkante $[P_1C]$ zur Grundfläche der Pyramide.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

2.5 Zeigen sie durch Rechnung, daß für das Volumen V(x) der Pyramiden AB_nCDP_n in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = \frac{16}{13} \bullet (-x^2 + 3x + 130)$ cm^3.

2.6 Die Pyramide AB_2CDP_2 hat das gleiche Volumen wie die Pyramide ABCDS.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x.

3.0 Die Punkte $A(-9|-2)$, $B(-3|-2)$, C_n und D_n sind die Eckpunkte von Trapezen ABC_nD_n. Die Punkte C_n liegen auf der Geraden g = BP mit P(0|4). Die Strecken [AB] und $[C_nD_n]$ sind die parallelen Seiten der Trapeze, und in jedem Trapez ABC_nD_n gilt $\overline{C_nD_n}$ = 10 LE.

3.1 Zeichnen Sie die Gerade g und das Trapez ABC_1D_1 mit C_1 = P in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-11 \leq x \leq 4$; $-3 \leq y \leq 11$

Berechnen Sie sodann das Maß γ des Winkels D_1C_1B und die Diagonalenlänge $\overline{BD_1}$ jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Teilergebnis: $\gamma = 63{,}43°$]

3.2 Die Seite $[BC_2]$ des Trapezes ABC_2D_2 ist 12 LE lang.

Zeichnen Sie das Trapez ABC_2D_2 in das Koordinatensystem zu 3.1 ein.

Berechnen Sie die Koordinaten des Eckpunktes C_2 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

3.3 Der Flächeninhalt des Trapezes ABC_3D_3 mit der Höhe $[BH_3]$ beträgt 36 FE.

Berechnen Sie die Koordinaten des Eckpunktes C_3 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Teilergebnis: $\overline{BH_3}$ = 4,5 LE]